

Il teorema di Bell raccontato a un amico.

Con altre amenità.

Di – e con – Mario Carmelo Cirillo

PRIMA PARTE

Un sabato di inizio estate in città, Carmela e Mario passeggiano per le strade del loro quartiere intorno all'ora di pranzo

Mario: Carmela, perché devi torturarmi parlandomi del teorema di Bell? Io ho il mutuo da pagare, la moglie che si vuole separare (meno male che adesso è in vacanza), i figli che ... soprassediamo. Mi spieghi perché dovrebbe importarmi?

Carmela: Mah, sicuramente col teorema di Bell non ci paghi il mutuo, però credo che se ragionassimo di più su questa cosa, forse (e dico forse ...), piano piano (non illudiamoci che queste cose accadano dall'oggi al domani), potrebbe mettersi in moto una dinamica che, alla lunga, avrebbe qualche effetto anche sulla nostra vita di tutti i giorni.

Mario: Sarà! Qualsiasi cosa sia questo teorema di Bell (per la verità non ne ho mai sentito parlare), faccio molta fatica a pensare che ragionarci sopra possa migliorare il mio rapporto col mutuo da pagare.

Carmela: Il fatto è che le implicazioni di questo teorema possono indurci a cambiare la nostra visione delle cose, e concorderai sul fatto che la visione della realtà ha una influenza su “come” si vive la propria vita, anche nella quotidianità.

Mario: Beh, questo sì, certo ... *(Pausa)*

Carmela: Nel 1975 il fisico Henry Stapp ha dichiarato che il teorema di Bell è “*la più profonda scoperta della scienza*”¹.

Questo teorema dischiude una visione della realtà profondamente diversa da quella che, esplicitamente o implicitamente, viene presupposta nelle scienze della natura a partire da Galilei e

¹ Citato da Selleri (1987, pag. 181) e da Harrison (2006a, pag. 1) che aggiunge: “*Da notare che egli dice scienza, non fisica. Io concordo con lui*”.

Newton, e che è tuttora la concezione dominante, quella che si insegna nelle scuole e nelle università e che è propria della stragrande maggioranza della gente: la “nostra” concezione della realtà. Una visione talmente “incarnata” nella nostra mentalità che neppure la si esplicita, figurarsi poi metterla in discussione!

E il bello è che la nuova visione poggia su basi rigorosamente scientifiche, anzi su quelle che sono le più rivoluzionarie – e, ahimè, meno divulgate – scoperte della fisica.

Mario: Mi hai incuriosito ... Spiegami meglio quale è questa visione “dominante” della realtà, la “nostra” concezione che sarebbe scardinata dalle scoperte più recenti.

Carmela: Mah, intanto parliamo di una storia che inizia alla fine dell’800, per cui “scoperte più recenti” fino a un certo punto ... Guarda, per rispondere non mi invento niente, cito Einstein, che era un paladino di questa visione “dominante” (*smanetta con lo smart phone e legge*): «*se uno chiede che cosa ... è distintivo del mondo delle idee della fisica, costui è prima di tutto colpito da quanto segue: i concetti della fisica si riferiscono a un mondo esterno reale È inoltre caratteristico degli oggetti fisici che essi sono concepiti posizionati in un continuum spazio-temporale. Un aspetto essenziale di questa concezione delle cose in fisica è che queste rivendicano, a un certo punto, un'esistenza indipendente una dall'altra, tenuto conto che questi oggetti “sono situati in differenti parti dello spazio”*»².

Mario: Non ho capito quando Einstein afferma che le cose rivendicano “un'esistenza indipendente una dall'altra”, che significa esattamente?

Carmela: Significa che quando pensiamo a due oggetti, se questi sono sufficientemente distanti l’uno dall’altro l’azione di un oggetto sull’altro è praticamente trascurabile, e quindi il comportamento di un oggetto è indipendente dall’altro. Questo principio, che viene conosciuto come “principio di realtà separabile”³, è accettato in tutte le scienze della natura a partire da Galilei e Newton, dal momento che tutte le interazioni conosciute tra coppie di oggetti decrescono più o meno rapidamente all’aumentare della distanza tra gli oggetti. In più, da quando Einstein ha mostrato che nulla può viaggiare a velocità superiore a quella della luce, è chiaro che per due cose separate, le quali come afferma Einstein sono "sitate in differenti parti dello spazio", non è pensabile che operazioni fatte sulla prima abbiano un'influenza *istantanea* sull'altra. Io posso al più mandare un segnale da una cosa all'altra, ma questo impiegherà comunque un certo tempo. Pensare

² Einstein, in Born, 1971, pag. 168.

³ Cfr. per es. Selleri, 1987, in particolare il capitolo quinto.

al giorno d'oggi che agendo su una cosa io posso influenzare istantaneamente un'altra cosa separata dalla prima è una visione che appartiene più al mondo di Harry Potter che al mondo reale. In questo senso quando Einstein afferma che le cose del mondo reale hanno una esistenza indipendente l'una dall'altra fa riferimento a un principio di realtà separabile in qualche modo più forte rispetto a quello della fisica classica.

Mario: Perché parli di un principio di separabilità *più forte* secondo Einstein?

Carmela: Perché nella fisica classica, quella di Galilei e Newton tanto per intenderci, si ammette una interazione *istantanea* tra coppie di oggetti, sia per quanto riguarda le forze gravitazionali che quelle elettromagnetiche che quelle nucleari, che peraltro come ho già detto decresce al crescere della distanza tra gli oggetti; invece nella teoria della relatività di Einstein questa interazione istantanea è impossibile a causa del fatto che nulla può viaggiare a velocità superiore a quella della luce, quindi secondo quest'ultima concezione il principio di separabilità mi sembra ancora più forte, nel senso che è più restrittivo non ammettendo in nessun caso una azione istantanea, per quanto decrescente con la distanza.

Mario: OK, dunque la realtà è costituita da cose situate nello spazio e che si evolvono nel tempo, la cui esistenza è indipendente da chi le osserva, e il cui comportamento non è influenzato da azioni fatte su altre cose sufficientemente distanti nello spazio, in particolare tu hai sottolineato che il comportamento non è influenzato *istantaneamente*, e questo lo capisco perché anche a scuola ci hanno insegnato che nulla può viaggiare a velocità superiore a quella della luce. Quindi quando diciamo che l'influenza diminuisce con l'aumentare della distanza reciproca tra i due oggetti e non è istantanea è tutto a posto, è così che siamo abituati a pensare, giusto?

Carmela: Sì, è così.

Mario: Ammetto che questa visione è congeniale non solo agli scienziati ma anche alla gente comune, mi sembra una visione dettata da un perfetto buon senso.

Carmela: Sono d'accordo, è per questo che ho detto che è la "nostra" visione: credo siano ben pochi quelli che la mettono in dubbio.

Mario: E quale sarebbe la visione "alternativa" dischiusa dal teorema di Bell?

Carmela: Intanto già prima del teorema di Bell, tra la fine dell'800 e gli inizi del '900, lo studio dei fenomeni atomici e subatomici aveva evidenziato un comportamento strano, paradossale della natura allorché si indagavano i suoi “mattoni fondamentali” (elettroni, protoni, neutroni, fotoni e via dicendo), e questo aveva indotto molti degli scienziati che se ne occupavano a riflettere sulle visioni “comuni” della realtà.

Il teorema di Bell, e quel che ne segue, mette un punto fermo sul fatto che dobbiamo rinunciare ad almeno uno dei “capisaldi” della nostra concezione della realtà “dettata da un perfetto buon senso”, capisaldi ritenuti irrinunciabili da generazioni di fisici oltre che dalla gente comune. In linea di principio il teorema non ti dice esattamente quale sia la concezione “alternativa” della realtà, ma afferma che è necessario buttare a mare almeno un caposaldo della visione corrente, dando la stura a una molteplicità di possibili visioni della realtà e mettendo in discussione una volta per tutte quella concezione della realtà che, ancora oggi, viene ritenuta dalla maggior parte delle persone non solo la visione di perfetto buon senso, ma anche quella avallata e sostenuta dal più solido pensiero scientifico, il che non è. E non dimentichiamo che nella nostra epoca dire “scientifico” equivale a dire “vero”, “autentico”, “incontrovertibile”!

Mario: Cerca di essere più chiara, altrimenti non ci capisco niente, quali sono i “capisaldi” della nostra visione della realtà?

Carmela: Sono sinteticamente contenuti nell'affermazione di Einstein riportata sopra, provo a esplicitarli.

Un primo caposaldo è che la realtà esiste indipendentemente da me, per cui “la luna esiste anche se non la sto guardando”: chiamiamo questo caposaldo “principio di realtà”.

Mario: Beh, su questo non ho dubbi, concordo pienamente.

Carmela: L'altro caposaldo è il principio di realtà separabile che abbiamo visto essere “incarnato” nella visione di Galilei e Newton, con l'aggiunta che nessuna informazione può viaggiare a velocità superiore a quella della luce, per cui non è realistico pensare che una cosa influenzi *istantaneamente* un'altra cosa situata in un altro posto: chiamiamo questo caposaldo “principio di località”, in base a questo principio se due sistemi sono separati uno dall'altro (anche se in passato hanno interagito in qualche modo), l'evoluzione di uno non può essere influenzata istantaneamente da operazioni svolte sull'altro.

Mario: In pratica il principio di località non è altro che il principio di realtà separabile inteso in senso più forte, come dicevi poco fa, giusto? (*Carmela annuisce*) E anche questo mi sembra difficile da contestare, siamo nel terzo millennio, lo sanno tutti che niente può viaggiare a velocità superiore a quella della luce tranne che nei film di fantascienza!

Carmela: Bene, questi due principi, che sembrerebbero assolutamente indiscutibili, possono essere legittimamente messi in discussione a seguito del teorema di Bell. Capisci che questo apre la possibilità a visioni della realtà anche radicalmente diverse da quella “dettata da un perfetto buon senso”?

Mario: Per esempio?

Carmela: Far cadere il principio di realtà può significare che “ciò che esiste” non ha una esistenza indipendente da chi osserva, ma potrebbe dipendere in qualche modo da chi di questa realtà ha consapevolezza; potrebbe implicare che noi “partecipiamo” in qualche modo alla costituzione della realtà.

Far cader il principio di località significa che cose anche a grande distanza possono influenzarsi *istantaneamente*, superando il limite fisico della velocità della luce: siamo nel mondo di Harry Potter, ed è comprensibile che Einstein fosse particolarmente contrario a che si facesse cadere il principio di località ammettendo quella che lui chiamava “spettrale azione a distanza” (*spooky action-at-a-distance*⁴), dal momento che fu lui con la teoria della relatività a stabilire che nulla viaggia a velocità superiore a quella della luce nel vuoto!

Mario: Ma ... come è stato possibile arrivare a questi esiti che, francamente, mi sembrano paradossali? E il primo paradosso è il fatto che, partendo da una scienza incardinata pienamente nella visione “tradizionale”, che come tu dici sposa il principio di realtà e il principio di separabilità (che poi evolve nel principio di località), si giunga a dei risultati che obbligano a mettere in discussione almeno uno di questi due capisaldi!

Carmela: Andiamo con ordine: come ti ho già detto molti di questi “paradossi” emergono allorché, tra gli ultimi decenni del XIX secolo e i primi del XX, la fisica affronta lo studio dell'infinitamente piccolo, dei costituenti “elementari” della materia. Da queste indagini nasce la meccanica quantistica, così chiamata perché prevede che a livello atomico e subatomico gli scambi di energia

⁴ La citazione è in Born, 1971, pag. 158.

avvengono per quantità discrete o “quanti”. Questa nuova branca della fisica, dovendo osservare l'infinitamente piccolo, riflette a fondo sul concetto di “misura”.

Mario: Ho capito la ragione del termine “quantistica”, ma perché “meccanica”?

Carmela: La meccanica è quella parte della fisica che studia il comportamento dei sistemi in relazione alle forze cui sono sottoposti; un concetto chiave della meccanica è quello di energia che è la grandezza che si è ipotizzato fosse “quantizzata”, per cui è stato naturale parlare di “meccanica quantistica”. Peraltro si usano altri termini in maniera più o meno equivalente, come “fisica quantistica” o “teoria quantistica”.

Mario: Questa storia dei “quanti” ce l'hanno raccontata pure a scuola ma non è che l'abbia mai digerita, comunque lasciamo perdere ... invece sulla misura mi sembra tutto chiaro, cosa c'è da riflettere sulla misura?

Carmela: Adesso provo a dire cosa c'è da riflettere sul concetto di misura, e magari con l'occasione riusciamo a rendere un po' più digeribili i “quanti” ...

Cosa significa operativamente fare una misurazione nella vita di tutti i giorni? Ho un oggetto e voglio misurarne la lunghezza oppure la massa, o la velocità, la temperatura, la posizione rispetto ad altri oggetti o chi più ne ha più ne metta; a tal fine mi procuro uno strumento di misura (un metro, una bilancia, un termometro,) che se utilizzato appropriatamente mi permette di rilevare un numero che sarà la lunghezza, la massa o quant'altro associato all'oggetto; “rilevare” significa banalmente che io leggo sul metro o sulla bilancia o su un display del mio strumento il risultato della misurazione, o che lo memorizzo in un computer. Dunque il processo di misura implica sia l'uso dello strumento di misura che la lettura o più in generale il rilevamento del risultato della misurazione. Certo per leggere agevolmente il risultato di una misura di una lunghezza – per esempio – è bene che, oltre a fare le cose con cura, oggetto e metro siano opportunamente illuminati, ma questo dettaglio è talmente banale che neanche lo diciamo.

Mario: Eh, già ...

Carmela: Ma che succede quando si va nell'infinitamente piccolo? Sappiamo che la materia è formata da atomi, e questi a loro volta sono formati da protoni, neutroni ed elettroni (e la storia non finisce qui ma ... soprassediamo). Bene, per misurare una qualsiasi grandezza di queste particelle, io

devo essere in grado di “vederle” o comunque di rilevarle, e questo vuol dire che le devo “illuminare”.

A questo punto, per chiarire cosa significa “illuminare” nel mondo dell’infinitamente piccolo è necessario fare un discorsetto sui “quanti”. I “quanti” furono introdotti da Max Planck nel 1900, inizialmente come un artificio matematico per far tornare i conti relativi alla interazione tra luce e materia: ora, ogni interazione implica uno scambio di energia, se si ipotizza che lo scambio di energia avviene per “pacchetti” chiamati “quanti” (e non in maniera continua, come si pensava), le cose tornano.

In seguito per spiegare l'emissione di elettroni dalla superficie di un metallo colpita dalla luce (tra parentesi, è il fenomeno alla base del funzionamento dei pannelli fotovoltaici che sono installati sul tetto di casa tua), Einstein ipotizzò che la luce è costituita da particelle, chiamate “quanti di luce” o “fotoni”, ciascuno caratterizzato da un quanto di energia. Questi fotoni si comportano in maniera davvero strana per il nostro modo di percepire le cose, dando origine a fenomeni tipici delle onde (come l’interferenza), tanto è vero che ad ogni fotone si associa una frequenza, e più alta è la frequenza, più alta è l’energia del fotone.

Successivamente si è preso atto che, oltre al fotone, a ogni particella come l’elettrone o il protone è associata un’onda. Questo strano comportamento della materia viene chiamata “dualità onda-particella”, e in linea di principio è propria di ogni “oggetto”, solo che si rivela con più facilità nell’infinitamente piccolo.

Mario: Ecco, questa storia dell’onda e della particella è un’altra cosa che ci hanno raccontato a scuola ma che non ho mai capito, tanto che l’avevo rimossa. Apprezzo molto il tuo sforzo, ma ti confesso che questa roba mi continua a rimanere indigesta.

Carmela: Se ti può consolare sei in buona, anzi in ottima compagnia! Richard Feynman, premio Nobel per la fisica, i cui volumi delle lezioni di fisica tenute al California Institute of Technology tra il 1962 e il 1964 sono apprezzate da intere generazioni di fisici, ha asserito: *«Mi sento di poter affermare con sicurezza che nessuno ha mai capito la meccanica quantistica»*.

In effetti alcuni fenomeni registrati nel mondo dei quanti stridono fortemente, direi in maniera scandalosa, col nostro modo di vedere la realtà. Partiamo dal fatto che secondo la nostra percezione una particella è una “cosa”, magari minuscola, a cui però va associata una esistenza oggettiva e indipendente dalle altre cose; un’onda, invece, non è una cosa (almeno nel senso detto prima): pensiamo alle onde che si generano e si propagano in uno stagno se io ci butto un sasso, il sasso muove l’acqua là dove cade e questa a sua volta trasmette la perturbazione all’acqua immediatamente vicina e così via, per cui la perturbazione si propaga orizzontalmente in tutto lo

stagno, mentre l'acqua non si muove in orizzontale, ma oscilla in verticale. Avendo queste visioni nella testa, per noi è evidentissimo che una particella (cioè una cosa) non è un'onda (cioè una perturbazione periodica che si propaga) e viceversa, per cui quando ci viene detto che, con riferimento a una stessa entità come un fotone o un elettrone, ci sono fenomeni spiegabili i termini di particelle e altri spiegabili in termini di onde, e che dal punto di vista della meccanica quantistica questo significa che per ogni particella c'è un'onda associata, noi cadiamo in crisi. Ma torniamo alla misura. Quando io illumino un monumento, un treno, un ragazzo, un libro o uno spillo, la massa, e dunque l'inerzia di questi oggetti è tale che il fascio di luce che li investe non gli fa un baffo: posso affermare in tutta sicurezza che la misura che faccio non influenza in maniera percettibile la posizione e la velocità di questi oggetti.

Invece quando un fotone “urta” un elettrone (si fa per dire ... sarebbe più appropriato parlare di interazione del fotone con l'elettrone), l'energia del fotone è sufficiente per alterare lo stato di moto dell'elettrone: se “illumino” un elettrone per rilevarne la posizione, i fotoni che lo “urtano” alterano la velocità. Tanto per fare una analogia grossolana (oramai abbiamo capito che quando parliamo di particelle subatomiche le analogie che usiamo traendole dalla nostra esperienza quotidiana sono molto approssimative), illuminare un monumento equivale a lanciare palle di biliardo contro l'Everest: non credo che questo ne risenta; “illuminare” un elettrone equivale a lanciare una palla di biliardo contro un'altra palla di biliardo, che risente – e come! – di questo urto. Questa incapacità nel mondo dell'infinitamente piccolo di rilevare con precisione simultaneamente posizione e velocità di una particella, in quanto misurandone la posizione ne altero la velocità, è nota come “principio di indeterminazione di Heisenberg”.

Mario: Non è che ho capito proprio bene tutto quello che hai detto, ma riconosco che in effetti il procedimento di misura nel mondo dell'infinitamente piccolo è molto meno banale rispetto al mondo macroscopico. Ora che mi viene in mente, quando vado dal ferramenta ho sentito qualche volta parlare di “tolleranza” a proposito del diametro di tubi o cose simili, per cui immagino che anche nel nostro mondo, quello macroscopico, una misura non sarà mai precisa al cento per cento, ma mi sembra che nel mondo dell'infinitamente piccolo la questione sia molto, molto più rognosa.

Carmela: È così. E colgo l'occasione per dirti che in meccanica quantistica l'indeterminazione, l'incertezza, è “innervata” nello strumentario matematico che si usa: la descrizione matematica di come evolve una particella è una descrizione che non dà con precisione posizione e velocità, ma permette soltanto di calcolare la probabilità che la particella a seguito di una misurazione venga trovata in una certa posizione, oppure con una certa velocità.

Mario: Fermati, fermati per carità! Adesso che cos'è questa storia della descrizione, diciamo così, "imprecisa"?

Carmela: Hai ragione, non ne abbiamo parlato e credo sia utile spendere qualche parola su questa questione.

Allora, in meccanica quantistica lo "stato" di un sistema fisico viene descritto da un oggetto matematico che viene chiamato (guarda caso ...) "funzione d'onda" perché è analogo all'oggetto matematico che in meccanica classica descrive le onde.

Partendo dalla funzione d'onda è possibile calcolare la probabilità che una certa misurazione che decidiamo di fare sul sistema dia certi risultati. Ad esempio, con riferimento ad una particella, la funzione d'onda mi permette di calcolare la probabilità che la particella sia in una certa posizione – qualora voglia misurare la posizione – o abbia una certa velocità se è questo il parametro che mi interessa misurare.

Mario: Scusa, ma che mi significa questa cosa? Non è possibile avere una descrizione precisa di come evolve una particella? Ho capito che quando faccio una misurazione sicuramente ci sono i problemi di indeterminazione che mi hai raccontato, ma a livello di teoria non sarebbe possibile una descrizione precisa, come quando si descrive la traiettoria di un proiettile o la caduta di un oggetto dalla torre di Pisa?

Carmela: Nella meccanica del mondo macroscopico, che descrive il comportamento degli oggetti che ci circondano e il moto degli astri sì, in meccanica quantistica no.

Mario: E perché no? Perché si è scelto di dare questa descrizione?

Carmela: Non si è scelto un bel niente, la descrizione con la funzione d'onda è l'unico modo con cui finora riusciamo a prevedere i risultati degli esperimenti nell'infinitamente piccolo. Non è un caso che Feynman parla della meccanica quantistica come di una teoria "*priva di buon senso*"⁵, ma che ha avuto uno straordinario successo nel prevedere correttamente una quantità incredibile di cose: dalla interazione della luce con la materia a tutta la chimica⁶, al comportamento dei solidi e dei superfluidi, alla struttura e funzione del DNA, al colore delle stelle⁷, e scusate se è poco! Dopodiché la sua formulazione è quella che è semplicemente "perché funziona".

⁵ Feynman, 1985, pag. 19.

⁶ Feynman, 1985, pag. 20.

⁷ Zurek, 2002 pag. 4.

Mario: Questa cosa non è che mi piace tanto. Voglio dire ... in pratica quella che tu chiami “funzione d’onda” a cosa corrisponde nella realtà, che significato fisico ha?

Carmela: Non saprei come risponderti esattamente.

Bohr, uno dei padri fondatori della meccanica quantistica, quando gli fu chiesto se gli algoritmi della meccanica quantistica possono essere considerati come qualcosa che rispecchia una realtà quantistica sottostante, ha dichiarato (*legge dallo smart phone*): «Non c'è alcun mondo quantistico. Vi è solo una descrizione quanto-meccanica astratta. È sbagliato pensare che il compito della fisica sia scoprire cosa sia la natura. Alla fisica importa cosa possiamo dire sulla natura. »⁸.

Per Einstein che, come sappiamo, è un "realista", la meccanica quantistica è una descrizione approssimata, e dunque incompleta, della realtà. Einstein sposa il principio di realtà, per cui la particella ha una sua traiettoria indipendentemente se io la osservo o meno, e il fatto che la teoria quantistica descriva questa traiettoria con la funzione d’onda è un limite della teoria, che è incompleta; ci torneremo su questo punto, perché è il punto di partenza del teorema di Bell.

Heisenberg, anche lui tra i fondatori della meccanica quantistica, afferma che ... (*rismanetta con lo smart phone e legge*): «... sugli esperimenti relativi ai processi atomici abbiamo a che fare con cose e fatti, con fenomeni che sono reali tanto quanto ogni fenomeno nella vita di tutti i giorni. Ma gli atomi e le particelle elementari non sono così reali; essi formano un mondo di potenzialità o possibilità piuttosto che uno di cose o fatti. »⁹.

Jordan, sempre della prima generazione dei fisici che hanno lavorato sulla meccanica quantistica, ha dichiarato con enfasi che le osservazioni non solo disturbano ciò che deve essere misurato, addirittura esse lo producono. Nella misurazione della posizione di un elettrone, per esempio, così come viene fatta con un microscopio a raggi gamma ... (*legge dallo smart phone*): «l'elettrone è forzato a una decisione. Noi lo obblighiamo ad assumere una posizione definita; precedentemente era, in generale, né qui né lì; non aveva ancora preso una decisione definitiva sulla sua posizione. ... Se con un altro esperimento si sta misurando la velocità dell'elettrone questo significa: l'elettrone è costretto a decidersi per un valore esattamente definito della velocità ... noi da noi stessi produciamo i risultati delle misurazioni»¹⁰.

Mario: L'elettrone non è né qui né lì ... mi viene in mente un passo del Vangelo in cui Gesù dice una cosa simile del regno di Dio ... ¹¹

⁸ Citato in Bell, 1980, pag. 2.

⁹ Citato in Bell, 1980, pag. 3.

¹⁰ Citato in Bell, 1980, pag. 3.

¹¹ Vangelo di Luca, capitolo 17, versetti 21-22:

Carmela: Non sono molto pratica della materia, lo sai ... non ho avuto le tue crisi mistiche ...
(*sorride e aggiunge con un filo di ironia*) evidentemente Gesù aveva in mente qualcosa di molto simile a un sistema quantistico ...

Mario: Beh, quanto a paradossi anche Gesù non scherzava ... comunque prosegui col tuo discorso, sono curioso! A proposito, che intendi quando parli di fisici “di prima generazione”?

Carmela: Bè, sono quelli che hanno messo le fondamenta della meccanica quantistica, e questo è successo grosso modo nel periodo che va dai primi del novecento fino alla fine degli anni venti del secolo scorso. Allora dicevo di Heisenberg e Jordan, no? Mi sembra che questi due, con diverse sfumature, attribuiscono alla funzione d'onda la capacità di descrivere un mondo che però non è quello che noi percepiamo, un mondo in cui la particella indisturbata può coesistere in una molteplicità di stati, tutti quelli che la sua funzione d'onda associa a una probabilità non nulla. Questa molteplicità di stati “collassa” ogniqualvolta si fa una misura, e più in generale ogniqualvolta il sistema quantistico interagisce con l'ambiente circostante. In altre parole il sistema quantistico indisturbato sarebbe una sovrapposizione coerente di alternative, e tale si manterrebbe fino a quando resta indisturbato; la sua interazione con l'ambiente circostante modificherebbe il suo stato rendendolo in certo qual modo “incoerente”, nel senso che a questo punto non è più possibile una armoniosa e coerente coesistenza di più alternative, ma se ne manifesta solo una, ad esempio quella che osserviamo a seguito di una misurazione¹².

Mario: Complicato, molto complicato, ma interessante. Quindi un sistema quantistico indisturbato sarebbe una sovrapposizione di situazioni che, nel mondo che percepiamo noi, si presentano come distinte e alternative?

Carmela: Sì, e questa visione che, come abbiamo visto, secondo alcuni sarebbe una descrizione astratta senza alcuna relazione con il mondo reale (ti ricordo che Bohr afferma che non c'è alcun mondo quantistico, ma solo una realtà quanto-meccanica astratta che permette di descrivere l'esito di determinate misurazioni) ha avuto in anni più recenti – direi a partire dagli anni '70 del secolo

I farisei gli domandarono: «Quando verrà il regno di Dio?». Egli rispose loro: «Il regno di Dio non viene in modo da attirare l'attenzione, e nessuno dirà: «Eccolo qui», oppure: «Eccolo là». Perché, ecco, il regno di Dio è in mezzo a voi!» (traduzione CEI 2008).

Ora, interrogato dai farisei sul quando verrebbe il regno di Dio, rispose loro e disse: «Il regno di Dio non viene in maniera che si possa osservare; né si dirà: “Eccolo qui” o: “Eccolo là”; poiché, ecco, il regno di Dio è dentro di voi.» (nuova Diodati).

¹² Tra gli addetti ai lavori si parla di *decoherence* (cfr. Zurek, 2002), e nella letteratura tecnica in lingua italiana si trova il termine “decoerenza”.

scorso, più o meno – importanti conferme sperimentali, anche in casi che dal nostro punto di vista appaiono paradossali.

(Mario la guarda con aria perplessa, Carmela fa una breve pausa e poi prosegue)

C'è un esperimento famoso, detto “della doppia fenditura” (*double slit experiment*)¹³, realizzato per la prima volta nel 1961 e magistralmente discusso da Feynman nelle sue lezioni di fisica degli anni '60 del secolo scorso, che consiste nell'inviare un fascio di elettroni generato da un cannone elettronico (tipo quello che c'è nei vecchi televisori col tubo catodico, tanto per intenderci) contro una lastra piana dotata di due fenditure. Ciò che si osserva in uno schermo posizionato dietro la lastra con doppia fenditura, che registra il punto di impatto degli elettroni che attraversano le fenditure, è quella che viene chiamata “figura d'interferenza”, tipica delle onde.

Mario: Non so cosa sia questa “figura di interferenza” e non lo voglio sapere, sicuramente ce ne hanno parlato a scuola ma francamente ricordo poco o niente, mi è chiaro soltanto che è un qualcosa tipico delle onde ... ma non sarà che c'è una qualche interazione tra gli elettroni per cui, pur comportandosi singolarmente da particelle, tutti insieme si comportano come un'onda?

Carmela (*visibilmente emozionata*): Bravo, questo è il punto: la risposta alla tua domanda è: NO. La meccanica quantistica con le sue funzioni d'onda prevede che l'interferenza è legata alla singola particella, e quindi si verifica anche quando si considera un solo elettrone. Ebbene, nel 1974 un esperimento realizzato a Bologna inviando un elettrone per volta, proprio per sgombrare il campo da possibili interazioni reciproche fra elettroni, ha mostrato che sullo schermo piano piano si forma la figura di interferenza, quasi come se il singolo elettrone “sentisse” la presenza della doppia fenditura e si andasse a posizionare sullo schermo che ne rivela la traccia coerentemente con il fenomeno dell'interferenza. Tra parentesi ti dico che questo esperimento, nonostante sia stato pubblicato, fu pressoché ignorato, e quando nel 1989 l'esperimento fu ripetuto, lo si considerò erroneamente il primo esperimento ad aver verificato questo risultato previsto dalla meccanica quantistica.

Mario: Non mi dire che può succedere anche questo!

Carmela: Come no! E ti assicuro che non è l'unica volta che un importante risultato teorico o sperimentale, anche se pubblicato su una rivista, viene ignorato dalla comunità scientifica e viene “riscoperto” molti anni dopo.

¹³ Per maggiori dettagli cfr. per esempio Harrison, 2006b.

Ma torniamo all'esperimento della doppia fenditura con l'invio di un singolo elettrone per volta. Se si elimina una fenditura, e quindi l'esperimento si fa con una sola fenditura, ebbene la figura di interferenza sparisce. Con due fenditure è come se l'elettrone "interferisse con se stesso".

(smanetta con lo smart phone e mostra a Mario una figura – FIGURA 1)

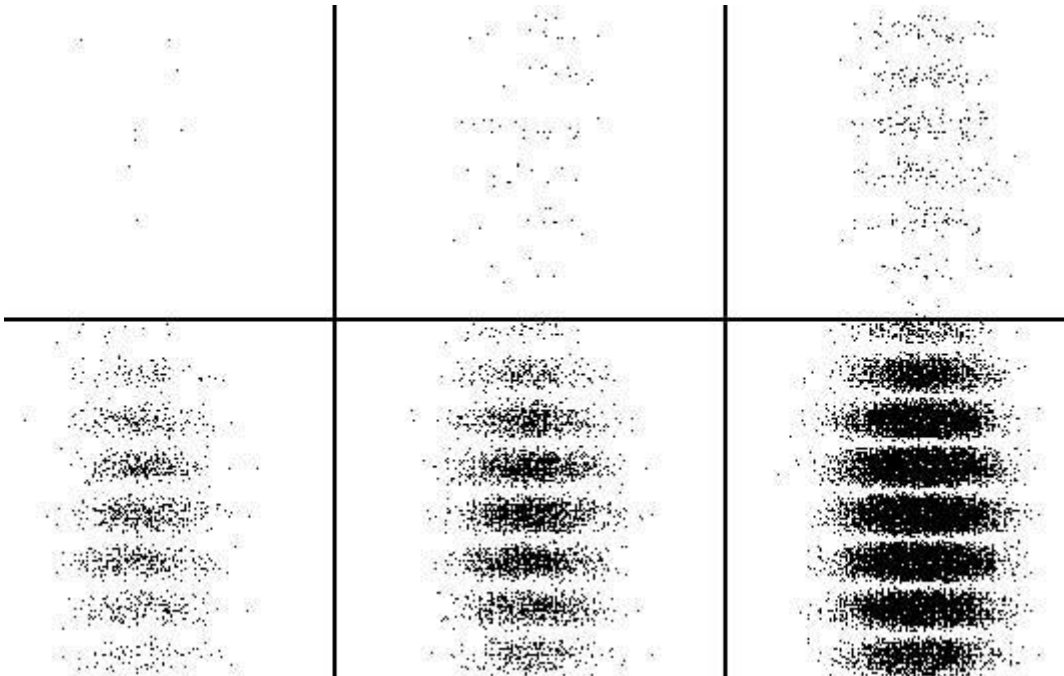


FIGURA 1

Vedi? Questa è una tipica figura di interferenza che si forma sullo schermo via via che vengono registrate le tracce delle particelle che vi impattano¹⁴, quella in basso a destra è la figura di interferenza alla fine dell'esperimento.

(fa una pausa, poi riprende)

È come se l'elettrone, fino a quando non viene rivelato sullo schermo, fosse presente simultaneamente in due regioni dello spazio chiaramente separate. E questo vale per tutte le particelle, o oggetti, o entità per le quali si nota il fenomeno dell'interferenza quantistica¹⁵.

Mario: Bah, non so che dire ... sono veramente senza parole ... ma si è tentato di osservare la traiettoria del singolo elettrone in presenza della doppia fenditura, per verificare cosa accade nella realtà?

¹⁴ La figura è tratta da Lukishova, 2008 (pag. 7), e si riferisce a fotoni, le figure di interferenza di elettroni o altre particelle sono simili.

¹⁵ Aspect (2004), pag. xxx.

Carmela: Sì, illuminando immediatamente dopo la doppia fenditura è possibile vedere la traiettoria di ogni singolo elettrone subito dopo la lastra con le fenditure, in pratica si vede un piccolo lampo di luce ogni qual volta un elettrone passa attraverso le fenditure. Il risultato è che ogni elettrone si comporta come una particella, e la figura di interferenza sparisce. Evidentemente l'interazione degli elettroni con la luce (che di fatto è una misura) ne cambia irreversibilmente lo stato: allorché un elettrone viene "visto", non è più quello di prima. Tanto è vero che se si diminuisce gradualmente l'intensità della luce, e qualche elettrone "sfugge alla vista" (cioè non interagisce con i fotoni che costituiscono questa luce, e dunque non viene misurato), ecco che la figura di interferenza si comincia a riformare.

Mario: Cioè, gli elettroni che sfuggono alla luce, ossia che non interagiscono con i fotoni che ne sono i costituenti – giusto? (*Carmela annuisce*) – si comportano come onde, quelli che vengono intercettati e illuminati come particelle ...

Carmela: È così. Capisci perché fisici del calibro di Feynman affermano che nel mondo quantistico non ci si capisce niente? E tutto dipende dal fatto che l'interazione, l'osservazione, la misura nel mondo delle particelle è qualcosa di ben più intricato che nel nostro mondo. Questi risultati sperimentali, che all'epoca dei "padri fondatori" della meccanica quantistica si potevano solo ipotizzare, si ottengono grazie a una sempre maggior capacità di manipolare e osservare singole particelle – come singoli fotoni, o elettroni, o atomi – il che permette di riflettere con maggiore cura sul significato della meccanica quantistica allorché viene applicata a un oggetto singolo. Così oggi c'è la possibilità di tenere per un tempo prolungato "intrappolata" una particella senza che interagisca con l'ambiente circostante, fare un'osservazione su di essa e poi tenerla di nuovo indisturbata e così via: quello che si osserva è che la stessa particella quando viene osservata manifesta in maniera casuale uno fra gli stati che sono previsti dalla sua descrizione quantistica, e le successive osservazioni si distribuiscono statisticamente in perfetto accordo con la teoria quantistica.¹⁶

Per di più dalla fine degli anni '90 del secolo scorso una serie di esperimenti, definiti "spettacolari"¹⁷, ha dimostrato che i fenomeni di interferenza, tipici delle onde, si verificano con oggetti non proprio minuscoli, come i fullereni, molecole formate da 60 atomi di carbonio, o le correnti elettriche nei nanocircuiti.

¹⁶ Aspect, 2004, pag. xxvi e sgg.

¹⁷ Zurek (2002), pag. 6.

Infine anche alcuni dispositivi molto grandi, che possono pesare una tonnellata, devono essere trattati come oggetti quantistici, ma si tratta di oggetti sofisticati costruiti per esperimenti molto delicati¹⁸.

Mario: Ma allora non è vero che la meccanica quantistica si occupa solo dell'infinitamente piccolo! E in effetti, pensandoci bene, dal momento che gli oggetti che ci circondano sono fatti di elettroni, protoni e via dicendo, e che il loro comportamento a quel che mi dici è descritto magnificamente dalla meccanica quantistica, non capisco perché l'intera realtà non possa essere descritta in termini quantistici. E allora mi chiedo: perché la realtà così come la percepiamo è così differente da questo "mondo quantistico" che mi racconti?

(fa una pausa, poi prosegue)

E non può essere che tutta una serie di fenomeni inusuali nel nostro mondo, ma perfettamente compatibili con una descrizione quantomeccanica della realtà, si verificano nel mondo macroscopico in condizioni particolari, quando cioè per qualche motivo il "sistema" si mantiene dal punto di vista quantistico in una sovrapposizione di più stati e non subisce un "collasso" della funzione d'onda?

Camela (*visibilmente in imbarazzo*): Guarda, ti confermo che questi comportamenti paradossali sono stati osservati con oggetti microscopici (elettroni, fotoni, atomi, molecole che comprendono fino a 60 atomi di carbonio come i fullereni), e con oggetti che Alain Aspect definisce "mesoscopici" come le correnti elettriche in nanocircuiti; non sono mai stati osservati scientificamente con oggetti macroscopici anche se devo ammettere che questo non è a priori proibito dal formalismo quantistico¹⁹. Del resto come ti ho accennato la trattazione di un oggetto macroscopico in termini quantistici è un caso molto particolare.

Mario (*visibilmente compiaciuto*): Ah, molto ma molto interessante! A proposito, chi è questo Alain Aspect?

Carmela: Un fisico che ha molto a che fare con Bell, al punto che ha scritto l'introduzione della seconda edizione di un libro di Bell dal titolo "*Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*", che raccoglie gli scritti di carattere più marcatamente filosofico del nostro²⁰.
Comunque torniamo alla misura

¹⁸ Zurek (2002), pag. 4: "A cryogenic version of the Weber bar – a gravity-wave detector – must be treated as a quantum harmonic oscillator even though it may weigh a ton".

¹⁹ Aspect (2004), pag. xxx.

²⁰ Bell (2004).

Mario (*la interrompe*): Mmmmm ... “Dicibile e indicibile nella meccanica quantistica” ... bel titolo, mi piace! Aspetta, non hai risposto alla mia domanda: perché non si può trattare tutto con la meccanica quantistica? E poi all’inizio avevo capito che c’è una cesura tra mondo microscopico, descrivibile solo in termini quantistici, e mondo macroscopico, descrivibile con la fisica classica, ma adesso ho capito che anche oggetti piuttosto grandi, e anche decisamente grandi, sono descritti in termini quantistici, e mi chiedo: esiste un confine chiaro tra mondo quantistico e mondo classico?

Carmela: Guarda, per quel che ne so la questione è ancora aperta. Tra l’altro questo problema della separazione tra mondo quantistico e mondo classico ha tormentato lo stesso Bell, che era molto critico a causa dell’arbitrarietà di questa separazione che contribuiva a rendere non coerente la descrizione della realtà. In questo mi pare fosse molto più vicino a Einstein, che rivendicava una esistenza della realtà indipendentemente dal fatto che la si osserva o meno, piuttosto che a Bhor che in qualche modo negava una qualche possibilità di pervenire a una descrizione coerente della realtà, e addirittura consideravano sbagliato investigare in quel senso.

Mario: Ma come, se mi hai detto che il teorema di Bell mette in crisi la visione di Einstein

Carmela: È così. Ma Bell propende per la visione realista di Einstein, tanto è vero che è questo il punto da cui parte, e a seguito dei risultati del suo teorema l’enfasi la pone sulla messa in discussione del principio di località, e non sul principio di realtà.

Mario (*con l’aria affranta*): Ma ci arriveremo, a questo benedetto teorema?

Carmela (*facendo finta di non aver sentito*): Allora, dopo tutto questo sproloquio, per affrontare il teorema di Bell consideriamo il comportamento degli elettroni in un campo magnetico.

Mario: Perché?

Carmela (*un po’ spazientita*): Perché è un modo per dimostrare il teorema senza usare la matematica, usando soltanto il ragionamento!

Mario: Va bene, non ti arrabbiare, ti ascolto ... ma andiamo a prenderci un tramezzino al bar, ho un certo languorino, e nel frattempo spiegami cosa diavolo è il campo magnetico.

Carmela: D'accordo, e poi ci prendiamo pure un buon caffè, entriamo in questo bar sulla sinistra, ci si può sedere ed è un ambiente gradevole.

(Entrano, si siedono e fanno l'ordinazione)

Allora, il campo magnetico è generato per esempio da un magnete o calamita, e tutti i magneti hanno due poli: Nord e Sud. L'effetto a distanza di una calamita su oggetti di ferro è dovuto alla presenza del campo magnetico.

Mario: È come il campo del telefono cellulare o il Wi-Fi di internet?

Carmela: Più o meno. Dunque, se facciamo passare un fascio di elettroni tra i poli Nord-Sud di un magnete, con subito dopo uno schermo dove viene registrata la posizione di ciascun elettrone dopo il passaggio nel campo magnetico, se il Nord è posizionato in alto e il Sud in basso vediamo che metà degli elettroni sono deviati in alto e l'altra metà in basso, tutti nella stessa misura...

(Guarda Mario, si accorge che ha un'aria interrogativa, prende un tovagliolino di carta e la penna)

Allora ... la situazione la possiamo schematizzare così: questo è il cannone elettronico che genera il fascio di elettroni, questi sono i poli del magnete ... Nord e Sud – chiaro? – e questo è lo schermo che registra le tracce degli elettroni che vi impattano, va bene? (FIGURA 2)

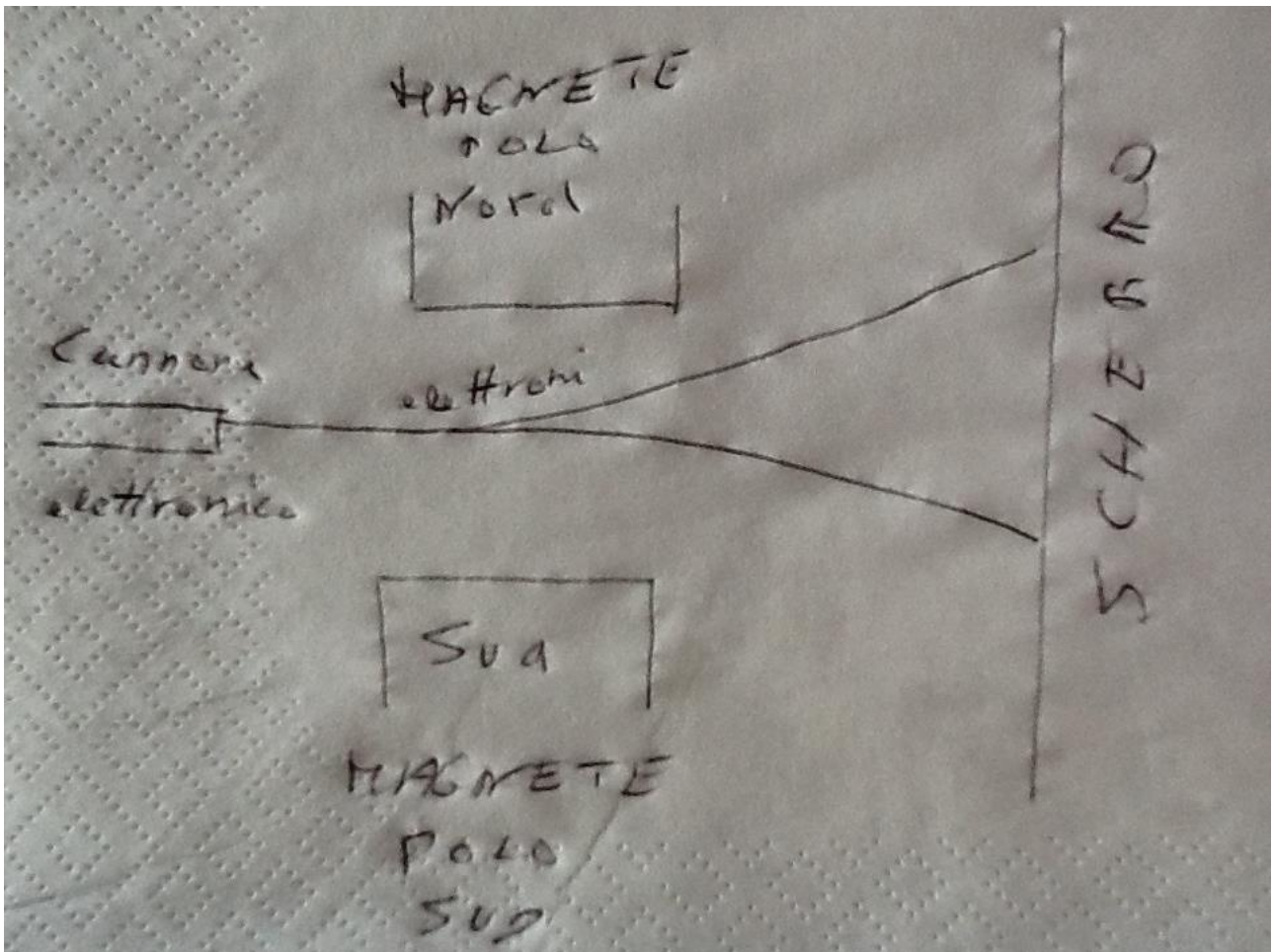


FIGURA 2

Mario: ... Sì ... più o meno ...

Carmela: (prende un altro tovagliolino e ci scarabocchia sopra) Quello che vedi sullo schermo è più o meno questo ... dove i puntini sono le tracce degli elettroni, la “nuvola” in alto sono gli elettroni deviati verso la polarità Nord del magnete, quella in basso gli elettroni deviati verso la polarità Sud. (FIGURA 3)

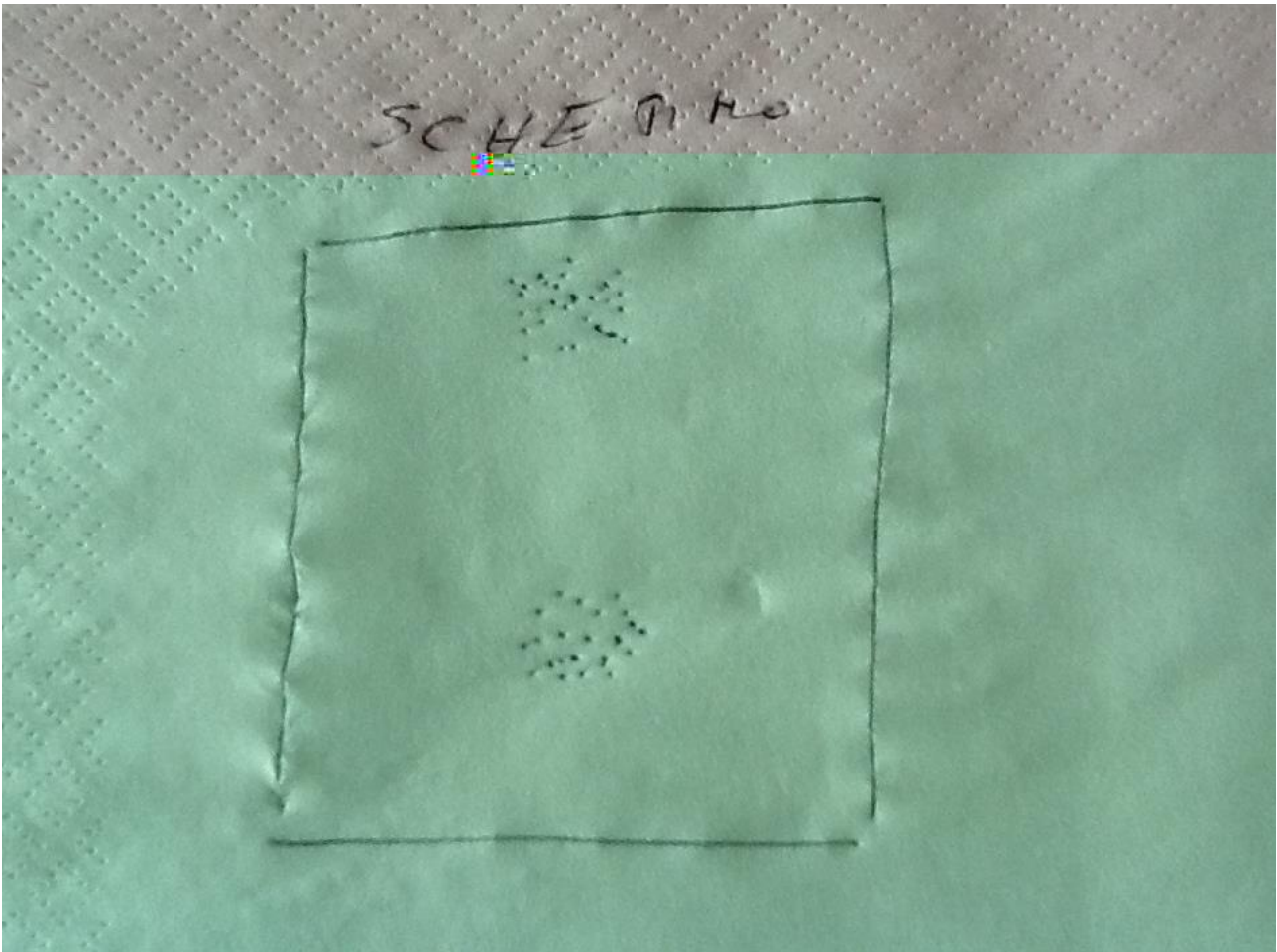


FIGURA 3

Mario: Sì ... adesso ho capito.

Carmela: Di passaggio ti dico che questo comportamento degli elettroni è in contrasto con la meccanica classica, quella che funziona magnificamente nel mondo macroscopico di tutti i giorni, ma non mi soffermo oltre su questo punto.

Ora, se io ruoto l'asse dei poli del magnete di 45 gradi in senso orario, e ripeto l'esperimento facendoci passare un altro fascio di elettroni, scopro che anche questi elettroni sono deviati metà verso il Nord e l'altra metà verso il Sud del magnete, per cui il tutto è ruotato di 45 gradi rispetto al caso precedente, più o meno così.

(Fa un altro scarabocchio su un terzo tovagliolino – FIGURA 4)

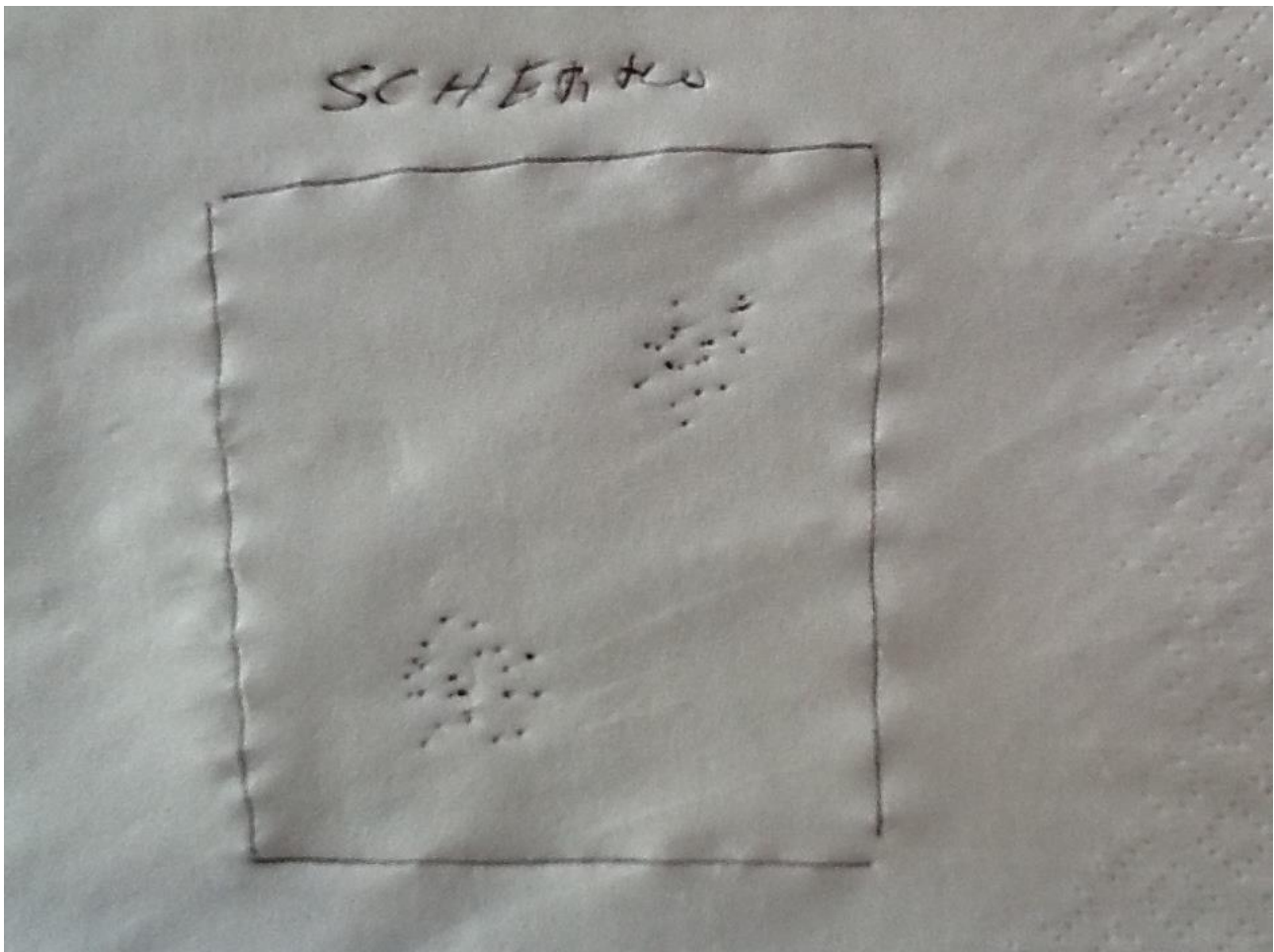


FIGURA 4

Lo stesso risultato lo ottengo ruotando i poli del magnete di qualsiasi altro angolo: in ogni caso il risultato è di separare in due il fascio di elettroni, 50% verso il Nord e 50% verso il Sud del magnete.

Mario: Va bene, ma che senso hanno tutti questi esperimenti con i fasci di elettroni ruotando l'asse del magnete, dove vuoi andare a parare?

Carmela: Tieni conto che queste esperienze sono state fatte a suo tempo per capirci qualcosa, in quanto come ti ho detto tutto questo contrasta con la meccanica classica. E comunque a noi questo serve per arrivare alla disuguaglianza di Bell, che esprime il nocciolo del suo teorema.

Mario: Ci siamo?

Carmela: Quasi, e adesso viene il bello! Consideriamo due particelle "accoppiate" o "intrecciate" (in inglese si usa il termine *entangled*, impigliato; in tedesco il termine *verschränkung*,

aggrovigliamento: termini che cercano di dare conto di un fenomeno tutto da chiarire, da sbrogliare). ... Fermati, dalla tua faccia ho capito la domanda che vuoi farmi, e cioè «che diamine sono due particelle accoppiate?»»

Mario: Esattamente, mi hai letto nel pensiero!

Carmela: Vi sono delle sostanze radioattive che emettono elettroni (ve ne sono che emettono fotoni, o altre particelle) a due a due, in direzioni differenti. Se i due elettroni della coppia sono diretti verso due magneti distanti l'uno dall'altro e paralleli, cioè con il medesimo orientamento dell'asse Nord-Sud, sugli schermi posti immediatamente dopo i magneti si vede che quando il primo elettrone viene deviato verso Nord, il secondo è deviato verso Sud, e viceversa.

Mario: Aspetta aspetta, quindi ho due magneti, due schermi ...

Carmela (*sospira, prende un altro tovagliolino e ci fa sopra uno schizzo, il cameriere osserva con una certa apprensione perché i tovagliolini al tavolo sono quasi finiti*):

Allora, la situazione si può schematizzare più o meno così (FIGURA 5). Al centro c'è un oggetto fatto di una sostanza che emette due elettroni in direzioni opposte, uno a destra e uno a sinistra, ambedue attraversano un campo magnetico, e ti schematizzo i poli di ciascun magnete che come vedi hanno il medesimo orientamento. Bene, se l'elettrone di destra è deviato verso l'alto, cioè verso il Nord, quello di sinistra è deviato verso il basso, verso il Sud, come ti sto indicando nel disegno, chiaro?

Mario: Sì ... ma scusa, è inutile che ti alteri, io queste cose le sento per la prima volta ...

Carmela (*fingendo di non aver sentito*): Dopo un po' ci si convince che il risultato della misurazione su un elettrone che interagisce col primo magnete permette di sapere come si comporterebbe l'altro elettrone *entangled* in un campo magnetico orientato nello stesso modo, senza bisogno di fare la misura su quest'ultimo.

Mario: Certo, se il primo va in alto il secondo va in basso.

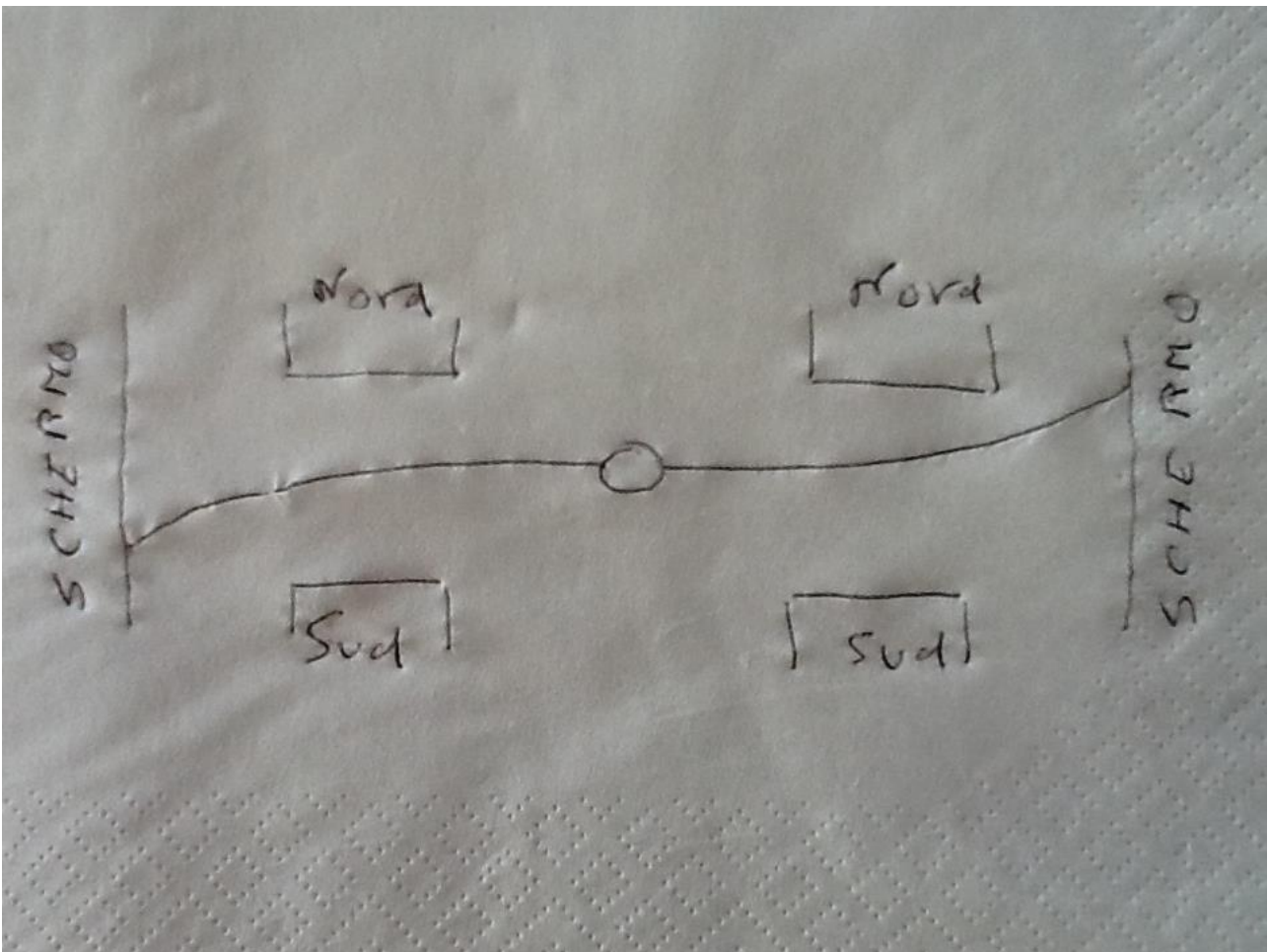


FIGURA 5

Carmela (con regale condiscendenza): Bravo, è esattamente così. E in questi casi si dice che i due elettroni sono "accoppiati" o "intrecciati" (*entangled*).

Adesso facciamo un piccolo passo avanti, e consideriamo i due magneti non più paralleli ma con orientamenti diversi. Ad esempio posso orientare il magnete a destra con l'asse Nord-Sud verticale, come è nello schizzo che ho appena fatto, e il magnete di sinistra con l'asse Nord-Sud ruotato di 45 gradi rispetto al primo.

Mario: Cioè ... scusa, come sarebbe ...

Carmela (Prova a scrivere su un ennesimo tovagliolino, ma la penna non scrive): Senti, dammi una penna e provo a farti vedere.

Mario (Si alza e va a chiedere al cameriere una penna e un pacco di tovaglioli di carta, torna trionfante): Ecco la penna, ho portato pure altri tovagliolini, non si sa mai ...

Carmela (comincia a scarabocchiare su un tovagliolo):

Allora, dicevamo, il magnete a destra con asse Nord-Sud verticale, quello a sinistra con asse Nord-Sud ruotato di 45 gradi, più o meno così ... va bene? Al centro ... ecco ... la sostanza che emette la coppia di elettroni *entangled* nelle due direzioni opposte, sono queste due freccette, è chiaro?

(FIGURA 6)

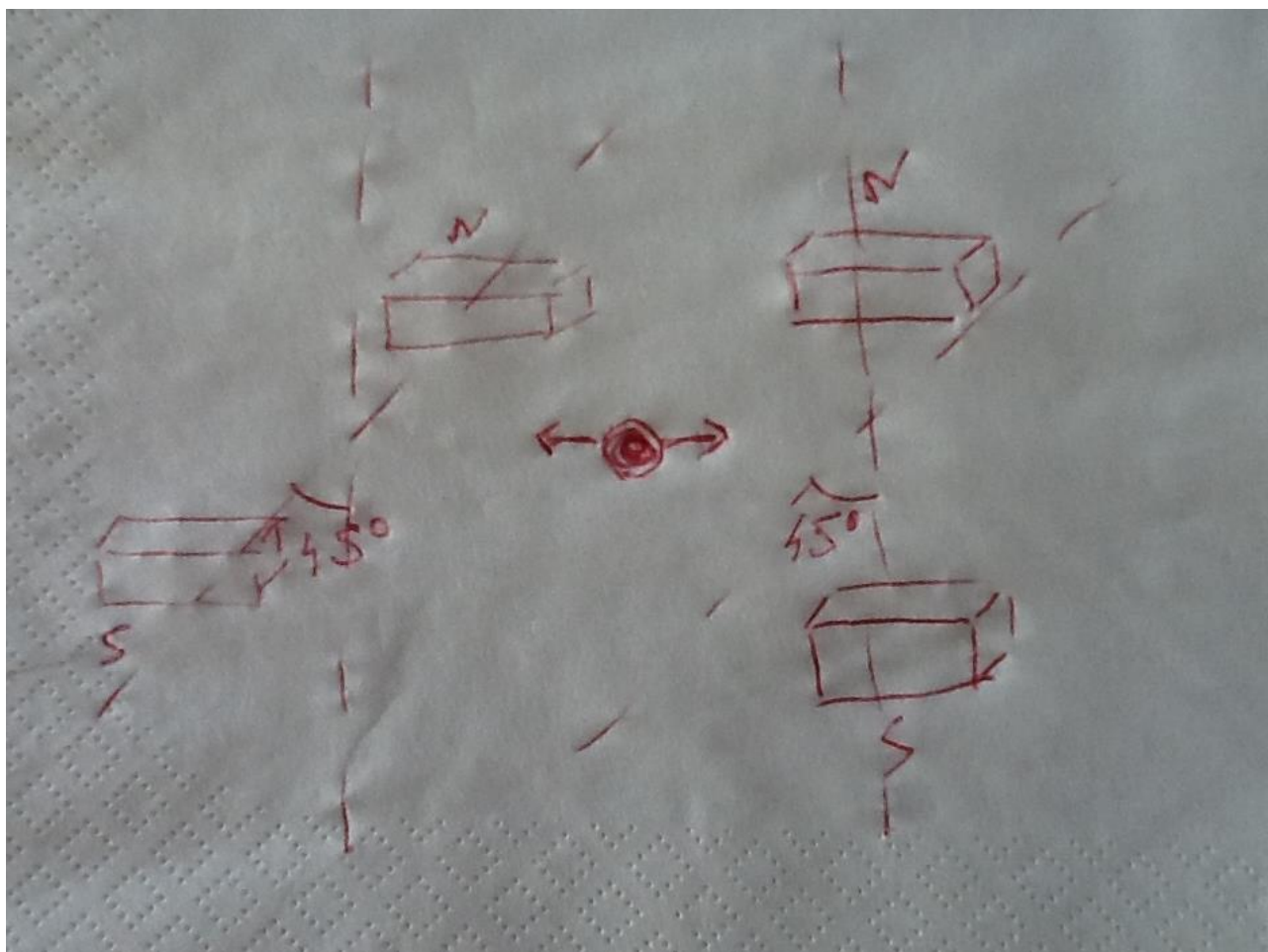


FIGURA 6

Mario: Sì ... ma perché non ci sono gli schermi dopo i magneti?

Carmela: Perché con un piccolo sforzo di fantasia te li puoi immaginare, va bene?

Ora, se l'elettrone di destra della coppia *entangled* è deviato verso Nord in direzione verticale (e lo posso verificare sullo schermo che ti stai immaginando), per quanto abbiamo detto sappiamo con certezza che l'elettrone di sinistra sotto l'effetto del campo magnetico di medesimo orientamento sarebbe deviato verso Sud in direzione verticale. Analogamente se l'elettrone a sinistra è deviato verso Nord in direzione 45 gradi, sappiamo con certezza che l'elettrone di destra *entangled* con lo stesso campo magnetico sarebbe deviato verso Sud in direzione 45 gradi. Dunque sfruttando

l'entanglement posso, con una misura su ciascun elettrone, associare due informazioni a ogni elettrone della coppia: la prima è il risultato della misura diretta, la seconda è l'opposto della misura fatta sull'elettrone *entangled*.

Mario: Questa mi sembra una gran furbata, ma non ho capito dove vuoi arrivare.

Carmela: Ancora un poco e lo saprai. In pratica si procede così (grosso modo, poi come al solito i dispositivi sperimentali sono molto più complicati, ma per il nostro ragionamento non ci interessano i dettagli operativi): ponendo un blocchetto di piombo sulla traiettoria degli elettroni deviati verso Sud ne interrompiamo il percorso (il piombo ha la proprietà di assorbire gli elettroni che ci sbattono contro), sicché sullo schermo rileviamo solo quelli che deviano verso Nord. In questo modo possiamo testare quando l'elettrone di destra è deviato verso Nord sulla verticale, e quello di sinistra è deviato verso Nord a 45 gradi.

Mario: In pratica selezioniamo solo gli elettroni che deviano verso Nord.

Carmela: Sì, l'apparecchio che fa questo viene chiamato “filtro”²¹. Ora non dimentichiamo che noi ipotizziamo che le proprietà di un elettrone che determinano la sua deviazione verso Nord o Sud in un campo magnetico con un certo orientamento non dipendono dal fatto che noi effettuiamo la misura o meno.

Mario: Mi ricordo bene, è il "principio di realtà" tanto caro a Einstein, secondo il quale una proprietà di un oggetto esiste indipendentemente dal fatto che io l'osservo o meno.

Carmela: E quindi quando rileviamo contemporaneamente due tracce sui due schermi posti a valle dei due filtri (si chiamano “misure di coincidenza”), questo vuol dire che abbiamo rilevato una coppia di elettroni *entangled* con le caratteristiche richieste, cioè quello a destra devia verso Nord sulla verticale e quello a sinistra devia verso Nord a 45 gradi. Per quanto detto possiamo trasferire l'informazione dell'elettrone di sinistra a quello di destra cambiando, in ragione dell'*entanglement*, “Nord” in “Sud”. In altre parole dire:

“L'elettrone di destra devia a Nord sulla verticale e l'elettrone di sinistra devia a Nord a 45 gradi”
equivale a dire:

“L'elettrone di destra devia a Nord sulla verticale e a Sud a 45 gradi”

²¹ Ulteriori dettagli si possono trovare in Harrison, 2005.

Mario: Chiaro, questo chiude il cerchio: facendo una misura sull'elettrone di destra e una su quello *entangled* di sinistra io associo due proprietà a quello di destra. Ma ... non potrei ottenere lo stesso risultato con due misure in successione sullo stesso elettrone di destra?

Carmela: E tutto il discorso che abbiamo fatto sulla misura? Non ti ricordi che abbiamo detto che quando si fa una misura su una particella la sua funzione d'onda “collassa”, per cui lo stato della particella dopo la misura è altra cosa rispetto a prima della misura? Quindi l'elettrone di destra, una volta rilevata le sua proprietà di deviare verso Nord in un campo magnetico con asse Nord-Sud verticale, non ha più le stesse proprietà di prima della misura, e una seconda misurazione non rileverebbe una sua proprietà “originaria”. Però adesso sappiamo che è possibile dedurre la seconda proprietà che voglio rilevare sull'elettrone di destra tramite una misura sull'elettrone *entangled* di sinistra.

Mario: Ho capito, quindi l'unico modo di avere due informazioni su un elettrone, più precisamente sul suo stato prima che venga perturbato dal processo di misura, è fare una misura su questo e un'altra sul suo compagno *entangled*.

Carmela: È così. Allora, chiarito tutto questo, possiamo immaginare di fare i seguenti esperimenti: facendo un gran numero di misure su coppie di elettroni *entangled* con il filtro di destra in direzione verticale e quello di sinistra girato di 45 gradi in senso orario, realizzo un primo esperimento che mi consente di rilevare le coincidenze, che equivale a dire il numero di elettroni di destra che “deviano verso Nord in direzione verticale” e “deviano verso Sud in direzione 45 gradi”: basta contare il numero di volte in cui contemporaneamente vedo una traccia sullo schermo di destra (che significa che rilevo un elettrone che devia verso Nord in direzione verticale), e una sullo schermo di sinistra (che corrisponde all'elettrone *entangled* che devia verso Nord in direzione 45 gradi): ad esempio, su 1000 misure può darsi che conto 70 coincidenze.

Un secondo esperimento lo posso fare con orientamento dei filtri a 45 gradi a destra e a 90 gradi sinistra, e dunque su un numero di misure uguale al caso precedente (ti ricordo che una misura corrisponde per noi a una traccia di un elettrone su uno dei due schermi, tranne le coincidenze per le quali le due tracce che si producono in contemporanea sui due schermi vanno contate come una singola misura) posso contare il numero di elettroni di destra che “deviano verso Nord in direzione 45 gradi” e “deviano verso Sud in direzione 90 gradi”.

Infine posso fare un terzo esperimento con orientamento dei filtri verticale a destra e 90 gradi a sinistra, contando anche in questo caso il numero di elettroni di destra che “deviano verso Nord in

direzione verticale” e “deviano verso Sud in direzione 90 gradi”, sempre con riferimento a un numero di misure uguale a quello di ciascuno dei due precedenti esperimenti.

Se il numero di coppie di elettroni *entangled* su cui andiamo a fare le misure è sufficientemente grande, e se scegliamo in maniera casuale le coppie di elettroni da sottoporre al primo, al secondo e al terzo esperimento (gli statistici lo chiamano “campionamento casuale”), col solo vincolo di eseguire un ugual numero di misurazioni in ciascuna delle tre condizioni, possiamo pensare che i risultati di ciascun esperimento siano rappresentativi dell'intero insieme degli elettroni.

Mario: No aspetta, spiegati meglio, cos'è questa roba del campionamento che mi fa dire che i risultati ottenuti su una parte valgono per l'intero insieme?

Carmela: Beh, è come quando fanno un sondaggio su un certo numero di persone (mille, diecimila ...) e poi dicono: “su questo argomento gli italiani rispondono per una certa percentuale così e per un'altra cosà, eccetera”, cioè attribuiscono i risultati all'intera popolazione degli italiani, e se hanno fatto le cose per bene è abbastanza vero: insomma se il numero di elettroni che vengono registrati sullo schermo è sufficientemente grande e si applica rigorosamente il campionamento casuale nei tre esperimenti, si può dire che i risultati ottenuti rappresentano il comportamento di tutti gli elettroni – e non solo di quelli che ho rilevato sullo schermo (gli statistici dicono: “il campione è sufficientemente rappresentativo dell'intera popolazione”).

Mario: Ho capito, mi stai dicendo che il risultato di questo esperimento, se fatto bene, ha una portata generale per tutti gli elettroni e non solo per quelli che materialmente vedo sullo schermo. Ancora una cosa ... hai detto che il numero di misurazioni devono essere uguali per i tre esperimenti, perché?

Carmela: Il numero di misurazioni deve essere lo stesso nei tre esperimenti per poter comparare correttamente i risultati: se io faccio il primo esperimento con 1000 misure di elettroni *entangled* e il secondo esperimento con 100.000, il numero di elettroni che si comporta in un certo modo nel primo esperimento non è comparabile a un numero analogo del secondo esperimento.

Mario: Ho capito, è come quando dico che ci sono più morti in un anno in Cina piuttosto che in Italia: ti credo!

Carmela: Esattamente, per fare un ragionamento che permetta di fare una comparazione devo rapportarli a un ugual numero di persone, per esempio morti ogni 1000 abitanti.

E adesso ti scrivo su questo tovagliolo di carta la disuguaglianza di Bell applicata al nostro esempio. Come vedrai la disuguaglianza è fatta di tre “pezzi”, ogni pezzo è associato a uno dei tre esperimenti di cui abbiamo parlato sopra (*scrive su un altro tovagliolino*):

(1) il numero di elettroni che “deviano verso Nord in direzione verticale” e “deviano verso Sud in direzione 45 gradi”

più

(2) il numero di elettroni che “deviano verso Nord in direzione 45 gradi” e “deviano verso Sud in direzione 90 gradi”

è maggiore o uguale a

(3) il numero di elettroni che “deviano verso Nord in direzione verticale” e “deviano verso Sud in direzione 90 gradi”

Mario: Tutta la faccenda delle misurazioni più o meno l'ho seguita, per quanto mi sembra piuttosto intricata, ma adesso mi piazzò tutto d'un tratto una “disuguaglianza”, come la chiami tu, che mi sembra uscita dal nulla, e a questo punto non ci capisco più niente. Ho capito solo che il primo pezzo che hai contrassegnato con (1) riporta i risultati del primo esperimento, così come i pezzi (2) e (3) i risultati rispettivamente del secondo e terzo esperimento. Per il resto mi chiedo: che significa questa disuguaglianza, che senso ha?

Carmela: Hai ragione, c'è bisogno di qualche chiarimento.

Tutto il discorso sulle misurazioni che abbiamo fatto ci permette di capire come si possono ottenere operativamente i tre numeri che compongono questa disuguaglianza: infatti sono i risultati di conteggi relativamente ai tre esperimenti con elettroni *entangled* contrassegnati nella disuguaglianza scritta sopra con (1), (2) e (3).

Adesso rimane da vedere come, con un semplice ragionamento, questa disuguaglianza risulta sempre vera.

Mario: Mi stai dicendo che anch'io mi convincerò che questa disuguaglianza vale sempre?

Carmela: Certo. Questa disuguaglianza si dimostra facilmente (ma devi rimanere concentrato un attimo) ricordando che, grazie all'ipotesi di campionamento casuale, i risultati ottenuti sui tre gruppi di elettroni si possono riferire con buona approssimazione allo stesso insieme di elettroni o, per dirla tutta con un po' di coraggio, alla totalità degli elettroni.

Mario: Sì, questo mi è chiaro adesso.

Carmela: E allora dimostriamo la disuguaglianza: ogni elettrone del gruppo (3) o “devia verso Sud in direzione 45 gradi”, e quindi appartiene anche al gruppo (1), o “devia verso Nord in direzione 45 gradi”, e quindi appartiene anche al gruppo (2); di conseguenza la somma degli elettroni del primo e del secondo gruppo è almeno uguale al numero di elettroni del terzo gruppo. E la dimostrazione è fatta! Semplice, no?

Mario: Fammi pensare ... sì, è così, però mentre con il tuo ragionamento mi hai persuaso che il gruppo (3) è sicuramente uguale al gruppo (1) più il gruppo (2), mi riesce difficile pensare alla possibilità che la somma dei primi due gruppi possa in qualche caso essere superiore al terzo.

Carmela: Beh, possiamo immaginare per esempio che ci sia un elettrone che sta nel gruppo (1) e in più “devia verso Nord in direzione 90 gradi”; questo elettrone non sta sicuramente nel gruppo 3, e in questo caso varrebbe che la somma dei primi due gruppi è maggiore del terzo: è una possibilità che non si può escludere.

Mario: Vero ...

Carmela: Bene, allora siamo d'accordo che la disuguaglianza di Bell è sempre verificata, e tutto sommato non abbiamo neanche dovuto faticare tantissimo per dimostrarla²². A questo punto il

²² La disuguaglianza di Bell prescinde dalla meccanica quantistica, essa è collegata al nostro modo di ragionare e alla nostra visione della realtà, tanto è vero che può essere riscritta in termini generali considerando 3 proprietà qualsiasi (che possono essere chiamate per comodità *A*, *B* e *C*) di una qualsiasi collezione di oggetti. In questi termini la disuguaglianza assume la seguente forma:

- (1) il numero di oggetti che “hanno la proprietà *A*” e “non hanno la proprietà *B*”
più
(2) il numero di oggetti che “hanno la proprietà *B*” e “non hanno la proprietà *C*”
è maggiore o uguale a
(3) il numero di oggetti che “hanno la proprietà *A*” e “non hanno la proprietà *C*”

Questa disuguaglianza è formalmente identica a quella riportata nel dialogo, con le seguenti sostituzioni:

- “elettroni” è sostituito da “oggetti”;
- “deviare verso Nord” è sostituito da “avere la proprietà”;
- “deviare verso Sud” è sostituito da “non avere la proprietà”;
- “in direzione verticale” è sostituito da “*A*”;
- “in direzione 45 gradi” è sostituito da “*B*”;
- “in direzione 90 gradi” è sostituito da “*C*”.

Anche il ragionamento per dimostrare la disuguaglianza riportata sopra è formalmente identico a quello fatto nel dialogo, tenuto conto delle sostituzioni appena descritte.

Harrison (2006a) riporta che spesso con i suoi studenti fa il seguente esercizio: gli “oggetti” sono gli studenti presenti in classe; le tre proprietà sono:

- *A*: maschio;
- *B*: altezza sopra i 173 cm;

passaggio successivo da fare è il seguente: se ho considerato 1000 misurazioni per ogni gruppo (negli esperimenti reali i numeri possono essere molto più grandi, e poi ci sono una infinità di altre complicazioni che non ti sto a dire) e per il primo gruppo ho misurato 70 elettroni che soddisfano la condizione “deviazione verso Nord in direzione verticale e deviazione verso Sud in direzione 45 gradi”, questo significa che il 7% degli elettroni ha queste proprietà o – direbbe lo statistico – che la probabilità che un elettrone sia “deviato verso Nord in direzione verticale e deviato verso Sud in direzione 45 gradi” è pari a 0,07 (ricordiamoci che probabilità uguale a 1 significa certezza, ed equivale a dire che tutti gli elettroni soddisfano la condizione di cui sopra; probabilità 0 significa impossibilità, e significherebbe che nessun elettrone soddisfa quella condizione).

Forti delle considerazioni statistiche fatte sopra, possiamo scrivere la disuguaglianza di Bell in termini di probabilità:

(1) la probabilità che un elettrone “devia verso Nord in direzione verticale” e “devia verso Sud in direzione 45 gradi”

più

(2) la probabilità che un elettrone “devia verso Nord in direzione 45 gradi” e “devia verso Sud in direzione 90 gradi”

è maggiore o uguale a

(3) la probabilità che un elettrone “devia verso Nord in direzione verticale” e “devia verso Sud in direzione 90 gradi”

Mario: Questa cosa delle probabilità discende direttamente dalla precedente considerando le percentuali, è così?

Carmela: Sì è così. Il punto è che la meccanica quantistica mi fornisce delle formule derivate dalla teoria per calcolare queste probabilità. In particolare, la probabilità (Bell la chiama *quantum*

o C: occhi chiari.

La disuguaglianza di Bell diviene:

(1) il numero di studenti “maschi” che “non hanno altezza sopra i 173 cm”

più

**(2) il numero di studenti [maschi e femmine] che “hanno altezza sopra i 173 cm” e “non hanno occhi chiari”
è maggiore o uguale a**

(3) il numero di studenti “maschi” che “non hanno occhi chiari”

Si può verificare che la disuguaglianza scritta sopra vale sempre per qualsiasi insieme di persone, indipendentemente dal fatto che il numero di persone considerato sia grande o piccolo (può essere anche zero!); inoltre non si fa alcuna ipotesi sulla indipendenza o meno delle proprietà che si considerano: in questo caso presumibilmente vi è correlazione tra genere e altezza, ma la validità della disuguaglianza prescinde anche da questo.

*mechanical probability*²³) che un elettrone devia verso Nord in un campo magnetico ruotato rispetto alla verticale di X gradi, e devia verso Sud in un campo magnetico ruotato di Y gradi, è pari a²⁴ (*prende un tovagliolino e scrive*):

$$\frac{1}{2} [\sin (Y-X)/2]^2$$

Mario: Lo sapevo, adesso parti con le formule matematiche e non ci capisco più niente, che è “sin”?

Carmela: Oddìo, proprio tu mi dovevi capitare che non ti ricordi nemmeno la trigonometria!

(Dopo una breve pausa)

Scusami, mi è scappata, e comunque non ti preoccupare, questa è la prima e unica formula matematica che cito, comunque “sin” è il seno di un angolo e se non ricordi la trigonometria è inutile parlarne, se vuoi saperne di più consulta Wikipedia. Per noi è sufficiente che con una qualsiasi calcolatrice scientifica o con un foglio elettronico puoi calcolare il seno di un angolo, in questo caso l’angolo su cui devi calcolarlo è:

$$(Y-X)/2$$

cioè la metà della differenza tra gli angoli che danno l’orientamento rispetto alla verticale degli assi Nord-Sud dei due campi magnetici che si sono considerati nella misura (ad esempio per il gruppo (1) X = 0 gradi, Y= 45 gradi, (Y-X)/2 = 22,5 gradi). Dopodiché moltiplichi il seno di questo angolo per se stesso (cioè ne fai il quadrato), e infine dividi il risultato per 2.

In definitiva la disuguaglianza di Bell scritta sopra diventa (adopero il simbolo “°” per indicare i gradi e il simbolo “≥” per “maggiore o uguale”):

(scrive sullo stesso tovagliolino di prima)

$$\frac{1}{2} [\sin(22,5^\circ)]^2 + \frac{1}{2} [\sin(22,5^\circ)]^2 \geq \frac{1}{2} [\sin(45^\circ)]^2$$

Che tradotta in numeri diventa – aspetta che apro un file pdf sullo smart phone:

(smanetta un po’ col cellulare e poi scrive sul tovagliolino)

$$0,0732 + 0,0732 \geq 0,2500$$

²³ Bell, 1980, pag. 10.

²⁴ Cfr. Bell, 1980, pag. 10.

Cioè – e te lo scrivo chiaro e tondo:

0,1464 è maggiore o uguale di 0,2500

Mario: Ma dai, ti sei sbagliata, hai fatto i conti male, lo sanno tutti che 0,1464 è più piccolo di 0,2500!

Carmela (*addenta delicatamente un secondo tramezzino, mastica il boccone lentamente, quindi risponde con calma e scandendo bene*): Io ho copiato pari pari i numeri dalla memoria di Bell²⁵ che ho memorizzata nel telefonino, li vedi? (*Gli avvicina lo schermo del cellulare*) E comunque ti assicuro che se fai i conti con la calcolatrice ti viene esattamente il risultato riportato sopra. Attenzione, questo risultato che ti scandalizza tanto – e lo capisco, perché dopo aver fatto tutto per benino si arriva ad una conclusione manifestamente sbagliata – esprime proprio il nocciolo del teorema di Bell, che si può esprimere come segue:

Le formule della meccanica quantistica portano a previsioni che sono palesemente in contraddizione con la disuguaglianza di Bell

Mario: Dunque la meccanica quantistica è una teoria sbagliata! Cioè, dopo tutto questo pistolotto di mezza giornata mi stai dicendo che la meccanica quantistica è sbagliata?

Carmela: Aspetta, non è così semplice. Il punto è che la teoria quantistica azzecca tutte le previsioni, anche quelle che contraddicono la disuguaglianza di Bell!

Mario: No, non ci credo! Mi stai dicendo che hanno fatto degli esperimenti e che ...

Carmela (*interrompendolo*): È così. Si sono fatti esperimenti con coppie di elettroni *entangled*, ma anche con coppie di fotoni, di protoni, di atomi ionizzati *entangled*.

I primi esperimenti davano risultati controversi, ma via via che le tecniche sperimentali si sono affinate i risultati hanno dato ragione in maniera sempre più convincente al teorema di Bell.

Mario: Tutto questo mi sembra veramente incredibile, la disuguaglianza di Bell per come me l'hai spiegata mi sembra talmente “vera” e “incontrovertibile”! Come è possibile?

²⁵ Bell, 1980, pag. 10.

Carmela: Eh già! Inutile dire che, vista la posta in gioco, tutti i risultati sperimentali per verificare o confutare la disuguaglianza di Bell sono stati sottoposti ad analisi e critiche imponenti.

Una critica sollevata ai primi esperimenti che, sorprendentemente, violano la disuguaglianza e danno ragione alle previsioni quantistiche è che, tenendo fissa l'orientazione dei magneti (per gli elettroni, per le altre particelle *entangled* si adoperano altre apparecchiature ma la sostanza del ragionamento non cambia) per tutta la durata dell'esperimento, c'è la possibilità che le due apparecchiature si influenzano l'un l'altra – peraltro oggi non sapremmo come, per cui dobbiamo ipotizzare un qualche meccanismo che al momento non si conosce. Alain Aspect, di cui ti ho già parlato, è stato il primo a ideare e realizzare con i suoi colleghi un esperimento in cui l'orientamento delle apparecchiature viene variato casualmente dopo che le particelle sono state emesse, con modalità per cui la misura avviene *prima* che una apparecchiatura possa segnalare all'altra il suo nuovo orientamento (ricordiamoci che un segnale non può viaggiare a velocità superiore a quella della luce). La disuguaglianza di Bell è stata violata e i risultati sono in accordo con le previsioni della meccanica quantistica²⁶.

Un'altra critica che è stata mossa è che, poiché le coppie di particelle *entangled* vanno in tutte le direzioni, gli apparecchi di misura catturano solo una piccola parte delle particelle emesse. Anche questa criticità è stata affrontata sperimentalmente, e i risultati sono in accordo con le previsioni della meccanica quantistica²⁷.

Certo la posta in gioco è tale che si continua a ragionare sui possibili “buchi” negli esperimenti che si eseguono, chiamati dagli addetti ai lavori “scappatoie” (*loopholes*). C'è chi propone addirittura esperimenti con uno sperimentatore sulla terra e uno sulla luna²⁸, proprio per togliere ogni dubbio residuo sul fatto che la visione offerta dalla teoria quantistica sia quella corretta.

Nel 2015²⁹ è stato realizzato un esperimento che risolve contemporaneamente le due “scappatoie” che ti ho appena menzionato, e i risultati concordano con le previsioni della meccanica quantistica, per cui mi sento di affermare che oggi non sono molti – ammesso che ve ne sia ancora qualcuno – quelli che continuano a ritenere ancora tutta da dimostrare la violazione della disuguaglianza di Bell³⁰.

²⁶ Aspect *et al.*, 1982.

²⁷ Giustina *et al.*, 2013.

²⁸ Wiseman, 2014, pag. 469.

²⁹ Hensen *et al.*, 2015.

³⁰ Solo qualche decennio fa la situazione era diversa, cfr. per es. la posizione di Franco Selleri in Selleri, 1987, in particolare pag. 168: “... il problema della validità della disuguaglianza di Bell appare ancora aperto a tutte le soluzioni. A me pare essenziale difendere il principio di realtà separabile che ha tutta l'aria di essere la base più sicura di ogni realismo scientifico moderno”.

Mario: Adesso però mi devi dire cosa c'è sotto, dove sta l'inghippo, altrimenti non ce ne andiamo di qui!

Carmela (*sorridendo, visibilmente soddisfatta*): Che fretta c'è? Ci siamo sfamati, fra poco ci portano un buon caffè, certo non stiamo all'ombra di un platano vicino a una fonte di acqua fresca, in mezzo al verde dei prati e al profumo dei fiori, ma il posto è gradevole e si presta bene a ragionare in maniera rilassata.

Allora, procediamo con ordine e cerchiamo di capire dove sta l'inghippo, come tu dici.

Ora, le ipotesi su cui si è poggiato il nostro ragionamento che ha portato alla disuguaglianza di Bell sono le seguenti:

- a) utilizzando due magneti paralleli è stato verificato sperimentalmente che se un elettrone di una coppia di elettroni *entangled* devia verso il Nord del magnete, l'altro devia sempre verso il Sud e viceversa (FIGURA 5); il principio di realtà, che abbiamo convenuto di sposare in pieno, ci permette di affermare che la proprietà di un elettrone di deviare verso Nord o verso Sud in un campo magnetico *esiste indipendentemente dal fatto che noi lo rileviamo o meno*, tanto è vero che misurando la deviazione di un elettrone affermiamo di sapere esattamente quale è la deviazione dell'altro elettrone *entangled* nello stesso campo magnetico, senza bisogno di misurarlo;
- b) Il principio di località, da noi dato per scontato, ci induce a pensare che i risultati delle misure sul primo elettrone non dipendono da quali rilevazioni io sto facendo sul secondo elettrone, ma solo dalla modalità con cui la sostanza ha emesso gli elettroni *entangled* e da come sono disposti i magneti dell'esperimento, e non da successive azioni (es. misurazioni) che faccio sull'altro elettrone.

È questo che ha suggerito che, con due misurazioni indipendenti, una sul primo e una sul secondo elettrone, e utilizzando magneti non paralleli, si possono avere informazioni su due parametri in uno stesso elettrone. In altre parole, se io rilevo che l'elettrone di sinistra devia verso Nord in un campo magnetico orientato a 45 gradi rispetto alla verticale, do per scontato che l'elettrone di destra abbia "da sempre" (per così dire ...) la proprietà di deviare verso Sud in un campo magnetico con medesimo orientamento: non mi passa neanche per l'anticamera del cervello che il risultato della misura dell'elettrone di sinistra abbia alterato *istantaneamente* le proprietà dell'elettrone di destra, mi sono spiegato?

Mario: Aspetta, fammi pensare!

Quindi, ricapitolando – abbi pazienza, ricomincio dall'inizio – usando due magneti paralleli io verifico sperimentalmente che per una coppia di elettroni *entangled* misurando la traiettoria di un

elettrone in un campo magnetico posso prevedere come vanno le cose sull'altro elettrone nello stesso campo magnetico (FIGURA 5).

Carmela: È così.

Mario: E a questo punto quando io faccio due misure sui due elettroni con due magneti non paralleli (FIGURA 6), dico come si comporta un elettrone sulla base della misura sull'altro confidando che questa misura non influenza lo stato del primo elettrone, e fonda su questa cosa la disuguaglianza di Bell: infatti quando dico che un elettrone “devia verso Nord in direzione verticale” e “devia verso Sud in direzione 45 gradi”, la seconda parte di questa affermazione l'ho dedotta dalla misura fatta sull'altro elettrone, e non ci penso per niente che questa misura possa aver cambiato il comportamento del primo elettrone!

Carmela: È esattamente così, bravo. E questo – cioè la piena fiducia nel principio di realtà e nel principio di località – ci ha permesso di impostare e dimostrare la disuguaglianza di Bell.

Mario: E però le formule della meccanica quantistica violano questa disuguaglianza!

Carmela: Esatto, e il fatto che le formule della meccanica quantistica violino la disuguaglianza di Bell induce a pensare che, come minimo, quando si misura un elettrone l'altro non rimane imperturbato, ma viene influenzato istantaneamente dall'azione fatta sul primo: è la “spettrale azione a distanza” tanto avversata da Einstein che viola il principio di località. Questo equivale a dire che la meccanica quantistica è una teoria non locale in quanto, per quello che stiamo dicendo, violare la disuguaglianza di Bell implica violare il principio di località.

Mario: Mmmmm ... e perché dici “come minimo”?

Carmela: Perché un'altra possibilità è che non vale il principio di realtà, e questo consente in linea di principio di immaginare “modelli di realtà” – in particolare locali – per i quali la disuguaglianza di Bell può essere violata.

Mario: E abbiamo visto che le misure sperimentali danno ragione alla meccanica quantistica, e non alla disuguaglianza di Bell. Porca miseria! Ma come l'ha presa questa cosa Einstein? Non credo sia rimasto molto contento!

Carmela: Quando Bell ha tirato fuori il suo teorema, nel 1964, Einstein era già morto, per cui non sapremo mai come l'avrebbe presa, ma la tua domanda è pertinente, perché Bell parte proprio da un articolo di Einstein, Podolsky e Rosen – nel seguito per semplicità lo chiamerò EPR, dalle iniziali dei tre autori – dal titolo “Può la descrizione quantomeccanica della realtà considerarsi completa?” pubblicato nel 1935.

Einstein, Podolsky e Rosen chiariscono cosa intendono per una teoria completa: in una teoria completa ... aspetta ... (*rimette le mani sullo smart phone e legge*): “ogni elemento della realtà fisica deve avere una controparte nella teoria fisica”³¹. Esaminando la questione di fare previsioni su un sistema sulla base di misurazioni fatte su un altro sistema che ha interagito col primo in precedenza (è esattamente il caso di due particelle *entangled* che abbiamo visto prima), Einstein e compagni giungono al risultato seguente: o la descrizione della realtà fornita dalla meccanica quantistica è incompleta, e cioè ci sono elementi della realtà fisica che non hanno una controparte nella teoria quantomeccanica (e quindi vi sono “variabili nascoste”, ovvero variabili che non sono esplicitamente considerate dalla teoria); oppure bisogna ipotizzare che quantità fisiche del secondo sistema ... (*legge dallo smart phone*) ... “dipendono dal processo di misurazione effettuato sul primo sistema che non disturba il secondo sistema in alcun modo”, e proseguono dicendo: “Non ci si può aspettare nessuna definizione ragionevole di realtà che permetta questo.”³². E certo, dico io, perché questo confligge con il principio di località! E concludono così l'articolo: “Mentre dunque abbiamo mostrato che la funzione d'onda non fornisce una descrizione completa della realtà fisica, lasciamo aperta la questione se tale descrizione esista o no. Noi crediamo, comunque, che una tale teoria sia possibile”³³. Cioè, avendo escluso “a priori” la possibilità di una azione a distanza istantanea, sono convinti di aver dimostrato che la teoria quantistica è incompleta, e auspicano che qualcuno possa pervenire a una teoria *completa* che rispetti il principio di località.

Mario: E Bell controbatte trent'anni dopo!

Carmela: Sì, Bell nel lavoro pubblicato a distanza di quasi trent'anni dall'articolo di EPR³⁴ parte dall'esigenza evidenziata da Einstein e colleghi alla fine del loro, cioè dalla possibilità di *completare* la meccanica quantistica. Nel suo articolo Bell non propone un completamento specifico della teoria quantistica, ma con un ragionamento di estrema eleganza e molto potente dimostra che *qualsiasi* completamento della meccanica quantistica che ne riproduca le previsioni deve necessariamente considerare variabili (attualmente “nascoste”) aventi una struttura non locale, in

³¹ Einstein et al., 1935, pag. 777.

³² Einstein et al., 1935, pag. 780.

³³ Einstein et al., 1935, pag. 780.

³⁴ Bell, 1964.

esplicito conflitto con il principio di località che invece viene sostenuto *aprioristicamente* come incontrovertibile nell'articolo del 1935 da EPR.

Ma vediamo cosa scrive lo stesso Bell in proposito (*sempre leggendo dallo smart phone*): “*In una teoria in cui vengono aggiunti alla meccanica quantistica parametri che determinano i risultati di misurazioni individuali* [questi parametri sono le variabili nascoste, dico io, che permetterebbero di avere risultati deterministici di ogni singola misura, esattamente come avviene in meccanica classica tanto per intenderci], *senza cambiare le previsioni statistiche* [cioè tali che le previsioni probabilistiche della teoria quantistica rimangano immutate, ovvero tali che le statistiche fatte sulle misure ottenute deterministicamente riproducano esattamente i risultati probabilistici dell’attuale teoria quantistica], *ci deve essere un meccanismo per cui la collocazione di un apparato di misurazione può influenzare uno strumento, comunque distante. Inoltre, il segnale coinvolto si deve propagare in modo istantaneo*”³⁵: è la *spooky action-at-a-distance* tanto avversata da Einstein. In altre parole se una teoria con variabili aggiuntive che completano la teoria quantistica riproduce esattamente le previsioni probabilistiche della meccanica quantistica, questa teoria deve necessariamente considerare variabili (attualmente “nascoste”) aventi una struttura non locale!

Mario: Quindi Bell pone fine una volta per tutte alle speranze di EPR di completare la teoria quantistica con variabili nascoste locali.

Carmela: Esattamente, Bell dimostra che se si vuol completare la meccanica quantistica con variabili nascoste queste devono avere necessariamente una struttura non locale, cioè implicano una *spooky auction at distance*!

Mario: Mmmmm ... ma in tutto questo la disuguaglianza di Bell che abbiamo visto poco fa essere violata dalle formule della meccanica quantistica che c'azzecca?

Carmela (*con l'aria della Maestrina dalla penna rossa*): Ma l'abbiamo detto! ... Allora, il discorso sugli elettroni *entangled* fatto sopra, e la conseguente disuguaglianza di Bell applicata agli elettroni che deviano verso Nord o verso Sud in presenza di un campo magnetico, è una illustrazione semplificata del discorso più generale fatto da Bell nel suo articolo del 1964, che ci ha permesso di fare un ragionamento rigoroso senza usare molta matematica.

³⁵ Bell, 1964, pag. 199.

Il ragionamento semplificato che ti ho raccontato l'ho ripreso – con qualche modifica minore – dallo stesso Bell³⁶ che a sua volta, per spiegare il suo teorema senza complicazioni matematiche, ha ripreso la trattazione di d'Espagnat³⁷.

Mario: Va bene, così ci siamo giocato il principio di località, ma che ne è del principio di realtà?

Carmela: Come al solito le cose sono un po' più complicate ... allora riprendiamo il ragionamento dall'inizio (per l'ennesima volta!): la meccanica quantistica, anche riguardo i fenomeni che violano la disuguaglianza di Bell, è compatibile con l'ipotesi che esiste una realtà indipendentemente dal fatto che ci sia qualcuno che la osserva o meno, dove "un albero che cade nella foresta fa rumore anche se non c'è nessuno a sentirlo", a patto che si ammetta la possibilità di influenze istantanee a distanza; in questa ipotesi, come dici tu, ci giochiamo il principio di località, il che sembra implicare (e dico *sembra* non a caso ...) che violiamo la teoria della relatività, e scusate se è poco! Per questo motivo molti fisici – probabilmente la maggioranza³⁸ ma non tutti, ci sono eccezioni anche illustri – tendono a pensare che la realtà sia locale, che vale il principio di località. D'altra parte una comunicazione più veloce della luce non è mai stata osservata, in accordo con la relatività, e questo sembrerebbe dare ragione a chi sostiene che la realtà sia locale.

Mario (interdetto): Ma se la realtà è locale, come sembra provare il fatto che una comunicazione più veloce della luce non è mai stata osservata, come la mettiamo con il teorema di Bell?

Carmela: C'è chi ritiene che la non-località quantistica non dà origine a un conflitto insanabile con la teoria della relatività, in quanto si dimostra che comunicazioni a velocità superiore a quella della luce non sono comunque possibili³⁹. Questo porta a sostenere che la natura può ben essere non locale e, contemporaneamente, non consentire la trasmissione di segnali più veloci della luce⁴⁰.

Mario: Oddio non ci sto capendo più niente, come se ne esce fuori da questo ginepraio?

Carmela: Tranquillo, come vedi qui nessuno ci capisce granché, evidentemente il teorema di Bell (e la meccanica quantistica tutta) ci propone una realtà per la quale le nostre categorie mentali sono –

³⁶ Bell, 1980.

³⁷ d'Espagnat, 1979.

³⁸ Cfr. Wiseman, 2014, pag 468.

³⁹ Cfr. per es. Ghirardi, 1997, cap. 11.

⁴⁰ "È sbagliato sostenere (come alcuni localisti fanno) che l'impossibilità di comunicare a velocità superiore a quella della luce esclude la non-località. La località, come è stata introdotta da Bell nel 1964, è un concetto più forte della impossibilità di comunicare a velocità superiore a quella della luce. Vale a dire, la natura potrebbe essere non locale, senza però consentire segnali più veloci della luce." (Wiseman, 2014, pag. 468).

almeno per ora – completamente inadeguate, e questo ha creato un bel po' di disorientamento anche negli addetti ai lavori. Tanto per darti un'idea, a fine '800 era molto diffusa l'opinione che non c'era molto altro di nuovo da scoprire in fisica, rimanevano solo un paio di dettagli che andavano messi a punto per completare il quadro⁴¹. Di lì a poco la teoria della relatività e la meccanica quantistica avrebbero scardinato tutte le certezze scientifiche che fino ad allora erano date per definitivamente acquisite. Credo che gli scienziati e i ricercatori non si sono ancora ripresi dallo *shock* della meccanica quantistica, ed è per questo che c'è tanta reticenza a parlare di questi temi in questi termini nei corsi universitari “ufficiali”. Lì tutto deve essere pulito, certo, consequenziale ... c'è una frase coniata dal fisico americano David Mermin che cattura bene la resistenza ad andare oltre la tecnicità matematica, quasi che non sia compito del fisico addentrarsi in interpretazioni che vadano oltre quella pragmatica di “livello zero”: «zitto e calcola!» (*shut up and calculate!*). E così si continua a proporre una visione “blindata” del sapere scientifico, che non corrisponde per niente alla realtà dei fatti. Io credo invece che ci sarebbe bisogno di interrogarsi con grande rigore, ma anche con grande libertà, sulle questioni poste, ma per questo ... *ci sarebbe bisogno di una nuova categoria di insegnanti, dalle scuole elementari alle università, che siano capaci di insegnare la scienza. C'è un sacco di lavoro da fare!*

(Mario la guarda con gli occhi a forma di punto interrogativo e tace)

Comunque, procediamo con un po' di ordine (per quanto possibile, vista la quantità di punti di vista che Bell ha provocato col suo teorema).

Il teorema di Bell dice che:

- (a) o rinunci a una realtà locale, e in questo caso c'è il problema di come rendere compatibile questa visione con la teoria della relatività - e di questo qualcosa ti ho raccontato;
- (b) oppure sostieni che la realtà è locale, ma allora non sei capace di spiegare in termini di causa ed effetto fenomeni come l'*entanglement*. In altri termini per chi ha questa visione la realtà è *irriducibilmente casuale*, certe correlazioni (come l'*entanglement*) avvengono non si sa per quale ragione: per dirla tutta, a livello microscopico *si butta a mare il principio di causalità*⁴².

Mario (stravolto): Cioè non sarebbe più vero che tutto ciò che avviene è dovuto a una causa che lo precede? Ma ... insomma ... sarà che di fisica ci capisco poco o niente, ma un po' di filosofia l'ho

⁴¹ A Lord Kelvin, scienziato di grandissimo prestigio del XIX secolo, si attribuisce la seguente frase che avrebbe pronunciato nel 1900 alla *British Association for the Advancement of Science*: “Non c'è più nulla di nuovo da scoprire in fisica. Quello che rimane da fare sono misure più abbondanti e più precise”, ma non risulta che qualcuno riporti la fonte esatta di questa frase. Frasi simili sono state attribuite ad altri fisici contemporanei di Kelvin (Fonte: http://en.wikipedia.org/wiki/William_Thomson,_1st_Baron_Kelvin).

⁴² Wiseman, 2014, pag. 468, dove tra l'altro si precisa che lo stesso Bell era un sostenitore della non-località, una opinione che egli espresse per la prima volta nel 1976 dopo aver introdotto il concetto di “causalità locale”, che è sottilmente differente da quello di località trattato nel teorema del 1964.

studiato, e qui non siamo più nella fisica, ma nella metafisica! Che vuol dire che si butta a mare il principio di causalità? Ma lo scopo della fisica, e della scienza, e insomma di tutta l'attività conoscitiva dell'uomo, non è quello di ricercare i collegamenti tra le cause e gli effetti, per dare un senso alla realtà in cui è immerso, e a sé stesso, alla sua esistenza? E come fai se a livello fondamentale, a livello dei costituenti primi della realtà – perché la meccanica quantistica studia questo, giusto? (*Carmela annuisce*) – butti via il principio di causalità, il principio che a ogni fenomeno, processo o come cavolo lo vogliamo chiamare, corrisponde una causa, che poi magari sarà un insieme di cause più o meno complesse, ma insomma vi è un collegamento tra “un prima” e “un dopo”? Ma stiamo scherzando?

Carmela (*colta di contropiede, un po' imbarazzata*): Sì, è così ... cioè, voglio dire ... insomma, non hai tutti i torti. Tanto è vero che qualche studioso, per mantenere il principio di località ma in qualche modo dare conto della causalità, introduce il concetto di *retro-causalità*. In altri termini la “spettrale azione” di Einstein non avverrebbe “a distanza”, violando il principio di località, ma “nel passato”⁴³.

Mario (*sempre più agitato*): Peggio mi sento! Ma qui non siamo nemmeno più nella metafisica, siamo al di là della fantascienza più sfrenata! Ma che fanno questi, si drogano? E magari le pubblicano pure, queste robe, sulle riviste scientifiche?!

Carmela: Guarda, se è per questo c'è di peggio, è stata pubblicata una interpretazione della meccanica quantistica detta “dei molti mondi”⁴⁴, ma neanche te ne accenno se no ti sturbi definitivamente.

Comunque tornando alla località e alla retro-causalità, c'è chi, come Henry Stapp (te lo ricordi? Te ne ho parlato all'inizio), sostiene sia la *non località* che la *retro-causalità*. E a proposito di quest'ultima afferma che un gran numero di esperimenti ha evidenziato a livello macro, cioè di effetti percepibili, l'esistenza di processi retro-causali, come quando la pupilla si restringe immediatamente prima che uno stimolo luminoso venga generato in maniera random⁴⁵.

Mario: Una sorta di presentimento ... per cui l'effetto precede la causa.

⁴³ Argaman, 2010.

⁴⁴ Everett III, 1957

⁴⁵ Stapp, 2013, p. 16.

Carmela: Più o meno, e per completare il quadro ti dico che ipotizzando che la realtà sia non locale, nel caso dell'*entanglement* il principio di causalità – che in questo caso verrebbe salvaguardato – non implica che la causa precede l'effetto (come siamo abituati a pensare). Ad esempio nel caso di misura su una di due particelle accoppiate (*entangled*), questa misura (causa) modificherebbe istantaneamente lo stato dell'altra particella (effetto), senza che ci sia una precedenza in termini temporali.

Mario (*annichilito*): Beh, certo ... Sai che c'è? Ho bisogno di pensarci un po' su, oggi abbiamo parlato di un sacco di cose che non abbiamo mai affrontato, di solito ... (*la guarda ammiccante*) ... facciamo altri tipi di discorsi ... (*ridiventa subito pensieroso*) ... insomma ... ho bisogno di far sedimentare tutto quanto. Senti, ti dispiace se prendo i tovagliolini con i tuoi disegni e le tue formule?

Carmela (*ridendo*): Figurati! Comunque su internet trovi molto di meglio.
(*Guarda l'orologio*)

Beh, che ne dici se rientriamo? Ho voglia di fare un riposino a casa, fa caldo e ho una certa sonnolenza, stasera ho un invito a cena.

Mario: Ah! Un invito a cena! E da parte di chi?

Carmela: Eh ... un caro amico, non ci vediamo da tanto tempo ... ma che t'importa?

Mario: Ma niente, cosa vuoi che m'importi? Buona cena e buon divertimento!

Carmela (*sorniona*): Ciao! Io vado da quest'altra parte!

SECONDA PARTE

(Il giorno seguente più o meno alla stessa ora Carmela e Mario passeggiano per il quartiere)

Mario: Com'è andata la cena?

Carmela: Bene, grazie.

Mario: Al tuo amico non hai raccontato il teorema di Bell, vero?

Carmela: Quanto sei scemo! Abbiamo chiacchierato dei nostri problemi di oggi, abbiamo ricordato i bei tempi andati, dopodiché ce ne siamo andati a dormire (*con enfasi*) ognuno per i fatti suoi.

Mario: Vabbè ... comunque ci ho pensato, sai, alla nostra chiacchierata di ieri. Non so, ho l'impressione – magari mi sbaglio – che quello che viene fuori è che dietro la nostra realtà quotidiana ci sia una realtà nascosta, più profonda e che noi conosciamo solo “in negativo”. Perché – ci stavo pensando stanotte – il teorema di Bell ci garantisce – e questo è veramente forte! – che *la realtà non è quella che noi pensiamo, ma non ci dice come è veramente*.

Carmela: È così, caro mio! Per parafrasare qualcuno, a distanza di cinquant'anni il teorema di Bell ancora “risuona”⁴⁶, e non si riesce a venirne a capo in maniera univoca. Questo teorema è un teorema “in negativo”, un *teorema di impossibilità*, in quanto dice che è impossibile rendere completa la meccanica quantistica con variabili che rispettano il principio di località: qualsiasi tentativo di descrizione completa della realtà deve fare riferimento a variabili che abbiano una struttura non locale. Però non ti dice quale sia questa descrizione, e quindi lascia aperto il campo a un insieme potenzialmente infinito di possibilità. Quello che è certo, è che *la realtà non è quella che noi ci raffiguriamo sulla base delle categorie che finora ci sono state inculcate*⁴⁷. E il paradosso dei paradossi è che questa situazione sta consentendo sul piano pratico di pensare a delle

⁴⁶ Cfr. il titolo dell'articolo di Wiseman, 2014.

⁴⁷ “Le scienze naturali sono state costruite sulla base di un'assunzione tacita: l'informazione intorno all'universo può essere acquisita senza cambiarne lo stato. L'ideale della “scienza dura” (hard science) era di essere oggettiva e fornire una descrizione della realtà. L'informazione era vista come non-fisica, eterea, una mera registrazione dell'universo tangibile e materiale, una riflessione senza conseguenze, che esiste al di là ed essenzialmente disaccoppiata dal dominio governato dalle leggi della fisica. Questo punto di vista non è più sostenibile. La teoria quantistica ha messo la parola fine a questo sogno di Laplace di un universo meccanico. Gli osservatori dei fenomeni quantistici non possono più essere solo spettatori passivi. Le leggi quantistiche rendono impossibile acquisire informazione senza alterare lo stato dell'oggetto che si misura. La linea di demarcazione tra “ciò che è” e “ciò che si sa essere” si è offuscata per sempre” (Zurek, 2002, pag. 21)

applicazioni che fino a ieri sembravano inimmaginabili, proprio sfruttando l'*entanglement* quantistico.

Mario: Cioè?

Carmela: Lo sviluppo di quello che viene chiamato *quantum computation and quantum information*⁴⁸, in cui l'*entanglement* è una straordinaria risorsa, che può avere interessantissime applicazioni nella trasmissione crittografata di informazioni, o nel teletrasporto quantistico, o nella messa a punto di codici quantistici superdensi che possono vincere la competizione con i codici dell'informatica "tradizionale", per dirne solo alcuni.

Mario: Teletrasporto? Ma qui siamo alle storie di capitano Kirk e del dottor Spock dell'*Enterprise*! Ma allora davvero è possibile trasferire cose istantaneamente da una parte all'altra?

Carmela (ride): Ma no! (*fa una pausa, poi quasi sottovoce*) Almeno per quanto ne sappiamo oggi! (*riprende col tono di prima*) Il teletrasporto quantistico è una tecnica nell'ambito dell'informatica quantistica che permette, sotto certe restrizioni, di trasferire uno stato quantistico in un punto arbitrariamente lontano sfruttando, appunto, l'*entanglement*. Ma, nonostante a prima vista sembri che l'*entanglement*, e quindi il teletrasporto, possa essere usato per realizzare comunicazioni a velocità superiore a quella della luce, è dimostrato che nonostante si utilizzi il teletrasporto quantistico, questo non è possibile⁴⁹, e quindi in questo senso non c'è conflitto con la teoria della relatività. Ma di questo ti avevo già accennato, no? (*Mario annuisce*) Comunque tutto ciò per dire come le cose siano molto più ricche e variegate rispetto alla visione banalmente meccanicistica della realtà che è quella che abbiamo "internalizzato" nel nostro modo di vivere e di pensare, ed è quella che di solito viene insegnata a scuola e narrata dai mezzi di informazione.

Mario: Già ... sai che mi viene in mente una cosa? Sto leggendo il Dhammapada, che espone i concetti fondamentali del buddhismo antico, in una bella traduzione italiana riccamente commentata, e in quell'antico testo si afferma che la realtà come noi la percepiamo è un'illusione⁵⁰,

⁴⁸ Cfr. per esempio Nielsen and Chuang, 2000.

⁴⁹ Nielsen and Chuang, 2000, pag. 136.

⁵⁰ Strofa 277:

*Quando con piena cognizione si comprende che
"tutte le cose fenomeniche sono impermanenti"
allora ci si disgiunge dal dolore: questo è il sentiero
per la purificazione.*

Strofa 279:

Quando con piena cognizione si comprende che

e nel commento al testo si dice che le visioni implicate da questa dottrina sono vicinissime alle visioni più avanzate della fisica⁵¹.

Carmela (*ridendo*): Hai capito che letture impegnative! Ma ti conosco, sei sempre stato appassionato dei classici, vedo che ora hai allargato lo spettro e ti stai volgendo anche all'Oriente. (*Con piglio più serio*)

Sì, questa forte analogia tra le visioni della scienza moderna occidentale e lo spirito dell'antica saggezza orientale è messa in evidenza da molti, mi viene in mente "Il Tao della fisica"⁵². L'autore, Fritjof Capra, afferma che i cambiamenti determinati dalla fisica moderna "*sembrano condurre tutti nella stessa direzione, verso una visione del mondo che somiglia molto alle concezioni del misticismo orientale*"⁵³. Poco oltre Capra si spinge oltre e afferma che "*la fisica moderna ci porta a una concezione del mondo che è molto simile a quella dei mistici di tutti i tempi e di tutte le tradizioni*"⁵⁴.

Mario: Ma guarda un po' ... ma lo sai che anche Roberto Calasso evidenzia il forte legame tra scienza moderna occidentale e antiche concezioni orientali? Nel libro che ha pubblicato nel 2010 intitolato "L'Ardore" mette in relazione le scoperte di Gödel con il pensiero dell'antica India⁵⁵, e in un altro punto se non ricordo male ribadisce che la visione quotidiana della realtà è ancora quella di Newton, mentre la meccanica quantistica è distante dal senso comune⁵⁶.

"tutti i dharma sono privi di un sé"
allora ci si disgiunge dal dolore: questo è il sentiero
per la purificazione

(Dhammapada, traduzione dal pali e cura di Genevieve Pecunia, 2006, pag. 125).

"..... i dharma sono fattori di esistenza che stanno alla base della manifestazione cosmica, sia quella fisica, sia quella psichica, sia quella mentale. Tali fattori si manifestano (e dunque esistono) solo nell'istante in cui si eccitano e si attirano a vicenda. Tutto ciò finisce per creare l'illusione dell'esistenza di una realtà che accade e di un soggetto che la conosce. Invece, così non è: non c'è alcun "essere", ma solo un "divenire".

(Ibidem, commento della curatrice, pag. 126)

⁵¹ *"La manifestazione, inclusi noi stessi, non è fatta di "entità", ma solo di "processi", una posizione che risulta sorprendentemente vicina alle conclusioni della fisica contemporanea."*

(Dhammapada, traduzione dal pali e cura di Genevieve Pecunia, 2006, commento della curatrice, pag. 126).

⁵² Capra, 1975.

⁵³ Capra, 1975, pag. 18 dell'edizione italiana del 1989.

⁵⁴ Capra, 1975, pag. 19 dell'edizione italiana del 1989.

⁵⁵ *"L'autoreferenzialità, quella mossa del pensiero che bastò a Gödel per scardinare dall'interno l'edificio dei sistemi formali, a cominciare dall'aritmetica, appare per la prima volta sulla scena della parola quando il pronome riflessivo ātman, valido per tutte le persone, al singolare e al plurale, si presentò come un'entità, un sostantivo, che viene usualmente tradotto "Sé". Questo avvenne nel Veda ... Da allora il pensiero dell'India ruota attorno a questa parola ... L'India comincia e finisce con qualcosa che solo all'inizio del Novecento – e per la via imprevista della logica – è diventato centrale anche in Occidente, quando vennero scoperti i paradossi della teoria degli insiemi.* (Calasso, 2010, pag. 160-161).

⁵⁶ *"Anche la meccanica quantistica non corrisponde in alcun modo alla vita corrente, mentre la fisica newtoniana ha finito per diventare il modello stesso del senso comune."* (Calasso, 2010, pag. 450).

Carmela: Oggi non finisci di stupirmi! Bello, molto, me lo devi prestare questo libro, mai avrei pensato che Calasso parlasse di Gödel, i cui teoremi sono paragonabili per profondità e implicazioni, secondo me, a quello di Bell.

Mario (la interrompe): Fermati per carità, adesso non mi vorrai dimostrare altri teoremi, la dimostrazione di ieri mi basta e avanza!

Carmela: Stai tranquillo, non ho intenzione di proporti altre dimostrazioni, però mi hai dato l'occasione di dirti due parole su Gödel e ne approfitto ... (*guardandolo in tralice*) ne ho facoltà – non credi? – viste le tue recenti frequentazioni letterarie!

Kurt Gödel nel 1931, all'età di 25 anni, pubblicò due teoremi che, come lui dice, sono aspetti differenti di un fatto basilare che può essere chiamato *non-completabilità* o *inesauribilità* della matematica. Questo fatto emerge nella sua forma più semplice allorché si applica il *metodo assiomatico* alla matematica.⁵⁷

Mario: Metodo assiomatico ... mi vengono in mente i postulati di Euclide – i postulati sono degli assiomi, no? (*Carmela annuisce*) – di cui ci hanno parlato al liceo, assicurandoci che da quelli era possibile derivare tutta la geometria. Solo che poi questa cosa, questa derivazione intendo, non ce l'hanno mai fatta vedere, o se l'hanno fatto io non me ne sono accorto.

Carmela: Lascia perdere il liceo, anche se mi scappa di dirti che oltre ad appassionarti di Saffo e di Catullo avresti potuto pure studiare un po' di matematica e fisica ...

Mario (la interrompe): Non con quei professori ...

Carmela: Non è vero, io mi ci sono trovata sempre bene, erano preparati e disponibili.

Mario: Come no! Soprattutto con le studentesse in minigonna e camicette generosamente sbottonate ...

Carmela: Sei il solito cretino! Comunque è roba di un secolo fa, non so perché ne stiamo parlando. Torniamo all'assiomatizzazione che è meglio ... sì, l'esempio della geometria euclidea che hai fatto va bene, in un *sistema assiomatico* tu derivi tutte le conoscenze del sistema da alcuni principi, gli

⁵⁷ Gödel, 1951, pag. 305.

assiomi appunto. Tra l'altro proprio riflettendo su un assioma della geometria euclidea, quello sulle parallele, è venuto fuori che è possibile sviluppare delle geometrie "alternative", sicuramente meno intuitive, ma coerenti alla pari di quella di Euclide. Questo ha contribuito a mettere in crisi le giustificazioni basate sulla sola intuizione, contribuendo a sviluppare, tra la fine dell'800 e i primi decenni del '900, un approccio dove ci si concentra sulla correttezza formale del processo di deduzione: i *sistemi assiomatici* detti anche *sistemi formali*, per l'appunto; partendo dagli *assiomi* e dalle *regole di inferenza*, si giunge all'enunciazione di *proposizioni*, detti anche *teoremi*, in maniera assolutamente tracciabile e con un numero finito di passi, tanto che il processo di produzione dei teoremi può essere meccanizzato senza far nessun conto dell'intuizione.

Mario: Cioè può essere realizzato anche da una macchina?

Carmela: Esattamente, è possibile pensare che un *sistema formale* equivale concettualmente a una macchina che produce le proposizioni proprie del sistema con un algoritmo che prevede un numero finito di passi. Lo scopo è di evitare ambiguità o errori e di pervenire, con un processo di cui siamo assolutamente sicuri che ha un inizio e una fine, a enunciati o proposizioni (i teoremi del sistema formale) assolutamente inattaccabili. Un progetto estremamente ambizioso, che è stato mandato a gambe all'aria dai *teoremi di incompletezza* di Gödel!

Mario: "Incompletezza"? Ma non hai detto che Gödel parla di "non-completabilità" o "inesauribilità" della matematica? Mi sembra una sfumatura, ma ha la sua rilevanza, no?

Carmela: Questo è un buon punto! Nella visione di Gödel l'aritmetica (e la matematica, di cui l'aritmetica è la base) è, come lui afferma, *inesauribile* e quindi *non-completabile*. A essere *incompleto* è qualsiasi sistema formale costruito per generare i teoremi dell'aritmetica, proprio perché non riesce a generarli tutti. Nella visione del nostro è come se i teoremi dell'aritmetica esistano da qualche parte, indipendentemente dal fatto di essere generati o meno da qualche sistema formale.

Mario (con aria assorta): Certo è singolare che anche in questo caso si adoperano i termini *incompleto*, *incompletezza*, gli stessi che si usano per la meccanica quantistica quando si afferma che è una teoria incompleta.

Carmela: È vero, sai che non ci avevo fatto caso? E c'è un altro fatto singolare: in entrambi i casi i teoremi "cruciali" – quello di Bell per la teoria quantistica, quelli di Gödel per l'aritmetica e i "sistemi correlati" – sono *teoremi di impossibilità!*

Mario (la guarda perplessa): Perché, anche i teoremi di Gödel sono teoremi di impossibilità?

Carmela: Sì, lo vedremo quando ci arriviamo. E per arrivarci è importante dire che mentre nella geometria euclidea, che tu hai menzionato, la storia si esaurisce con un numero finito di assiomi da cui si genera l'intero sapere della geometria, nel caso dei numeri interi, ed anche in altre teorie che hanno una struttura affine ...

Mario (la interrompe): Che significa "teorie che hanno una struttura affine"?

Carmela: Teorie che hanno una struttura *affine* o *correlata* significa che è possibile creare una corrispondenza tra gli elementi e le regole di una teoria con quelli dell'altra. Ad esempio l'aritmetica si può ricondurre alla teoria astratta degli insiemi. In ogni caso, per riprendere quello che stavo dicendo, sia che si prenda la teoria dei numeri interi, o la teoria degli insiemi, o qualsiasi altra teoria correlata, ci si imbatte in una *serie infinita di assiomi*, che possono essere incrementati più e più senza che all'orizzonte si profili una conclusione, e senza alcuna possibilità di avere per questi assiomi una regola che possa produrli tutti quanti con la certezza di non imbattersi in pericolosi paradossi. Ma prendiamo la teoria degli insiemi che magari ci è più familiare ...

Mario (con enfasi): Sì sì, gli insiemi li so bene, li ho studiati alle elementari e alle medie, e da piccolo in matematica ero molto bravo, poi al liceo ...

Carmela (prosegue pazientemente): È per questo che ti parlo degli insiemi, così ti prendi le tue soddisfazioni. ... Allora, come ti ho appena detto se si vuole evitare l'insorgere di paradossi il concetto di insieme deve essere assiomatizzato con una procedura passo-passo che non ha mai fine: per esempio se si parte con i numeri interi, e quindi con gli insiemi formati da un numero finito di numeri interi, noi avremo *insiemi di numeri interi* e gli assiomi che si riferiscono a questi insiemi, detti assiomi di primo livello.

Mario: Tipo? Voglio dire, come sono questi assiomi?

Carmela: Dipende dal sistema che si sceglie, comunque alcuni assiomi sono comuni a diversi sistemi, come quello che dice che insiemi che hanno gli stessi elementi sono lo stesso insieme.

Mario: Non mi pare che questi assiomi brillino per profondità, quello che hai appena enunciato è di una banalità sconcertante.

Carmela: Te l'ho già detto, lo scopo dell'assiomatizzazione è quello di rendere tutto perfettamente esplicito e tracciabile, anche le cose apparentemente ovvie e banali. Questo rende ogni cosa terribilmente prolissa, è vero, tanto che un matematico del calibro di Poincaré li ridicolizzava, questi formalismi, dicendo: “Se ci vogliono ventisette equazioni per dimostrare che 1 è un numero, quante ne occorreranno per dimostrare un vero teorema?”⁵⁸

(Mario ride)

Stai pensando che Poincaré non ha tutti i torti, vero? Eppure ti assicuro che i sistemi formali hanno un loro senso. Allora, riprendiamo: se consideriamo i numeri interi come dicevo, e quindi gli insiemi formati da un numero finito di numeri interi, noi avremo *insiemi di numeri interi* e gli assiomi che si riferiscono a questi insiemi (assiomi di primo livello); da questi insiemi posso creare gli *insiemi di insiemi di numeri interi* con i relativi assiomi (di secondo livello), e così via per ogni iterazione finita dell'operazione “insieme di”.

Mario: Cioè *insiemi di insiemi di insiemi di numeri interi*, e poi *insiemi di insiemi di insiemi di insiemi di numeri interi*, e avanti così all'infinito ...

Carmela: Esattamente, ma la cosa non finisce qui perché tutti gli insiemi di primo, di secondo, di terzo ... di ennesimo livello considerati nel loro complesso, possono essere considerati elementi di ulteriori insiemi, e questa procedura può essere iterata all'infinito. Insomma, non voglio fartela troppo lunga ... ma si intuisce che con questo meccanismo non finiremo mai di costruire insiemi i cui mattoni fondamentali sono i numeri interi.

Mario: Mi fai venire in mente le scatole cinesi dei maghi della finanza: i titoli, i derivati dei titoli, i derivati dei derivati ... roba da far venire i brividi.

Carmela: Proprio così!

⁵⁸ Lolli, 1992, pag. 11.

Mario: Ma tornando agli insiemi ... voglio dire ... non è possibile, invece di fare questa catena di Sant'Antonio infinita, dire semplicemente "l'insieme di tutti i possibili insiemi i cui *mattoni fondamentali* sono i numeri interi"? Mi sembra che così te la cavi elegantemente e risparmi una marea di tempo e fatica.

Carmela (*lo guarda con aria furbetta*): E qui ti volevo! Bravo, tu hai definito questo nuovo insieme, e adesso ti faccio una domanda: secondo te questo insieme non è pure lui un insieme i cui "mattoni fondamentali" sono i numeri interi?

Mario (*ci pensa un po' su, poi con qualche esitazione si esprime*): Beh ... sì ...

Carmela: E allora è un elemento di se stesso.

Mario (*più assertivo*): Sì, non c'è dubbio.

Carmela: E quindi non è "l'insieme di tutti i possibili insiemi i cui mattoni fondamentali sono i numeri interi", perché io devo considerare l'insieme che ho considerato prima più questo nuovo insieme.

Mario: Giusto, così risolvi.

Carmela: Non mi sembra, perché anche questo nuovo insieme ha tutte le caratteristiche degli insiemi che sono per definizione i suoi elementi, e quindi ha diritto ad essere annoverato tra questi.

Mario (*affranto*): Ho capito, questa cosa non si può fare!

Carmela: Bravo, se ci si prova si finisce in una antinomia, la compresenza di due affermazioni contraddittorie: nel caso specifico, *l'insieme che contiene tutti gli insiemi che hanno i numeri interi come mattoni fondamentali*, essendo a sua volta un elemento di questo insieme, *non è l'insieme che contiene tutti gli insiemi che hanno i numeri interi come mattoni fondamentali!* Per questo motivo dicevo che l'assiomatizzazione deve procedere passo passo. E comunque, è proprio per sistemi di questo tipo che valgono i due teoremi di Gödel, ma andiamo a vedere cosa dicono questi teoremi.

Mario: Sarebbe ora ... tu parti sempre dicendo che risolvi in quattro e quattr'otto, e poi a un argomento ne agganci un altro e un altro ancora ... e così non si finisce più! Sei come l'infinita serie di assiomi dell'aritmetica e degli altri accidenti di sistemi correlati!

Carmela (senza scomporsi): Il primo teorema afferma che, *qualunque sia il sistema ben definito di assiomi e regole di inferenza che può essere stato prescelto, con la sola condizione che il sistema non consenta di derivare proposizioni false, allora esistono sempre proposizioni che non sono decidibili con questi assiomi e queste regole.*

Mario: La cosa che hai detto a proposito delle proposizioni false mi sembra scontata, è chiaro che un sistema che funziona bene non può generare proposizioni false accanto a proposizioni vere, non sarebbe coerente.

Carmela: Nei sistemi formali non si dà per scontato niente, e comunque hai visto giusto, l'affermazione ha a che fare con la *coerenza* o *consistenza* del sistema, cioè si deve assicurare che non si verifichi che il sistema formale possa dimostrare come valida una proposizione e la sua negazione.

Mario: OK, quindi in tutte le assiomatizzazioni coerenti dell'aritmetica vi sono proposizioni indecidibili, giusto?

(*Carmela annuisce raggianti, non crede ai suoi occhi! Mario la segue nel ragionamento!*)

Ma ... cosa intendi esattamente quando dici che il sistema deve essere ben definito? Anche questo mi sembra un'ovvietà.

Carmela: Intendo che è possibile snocciolare tutti gli assiomi con un formalismo preciso oppure, se il numero di assiomi è infinito, che è possibile buttar giù una procedura precisa che consente di scrivere gli assiomi uno dopo l'altro. Similmente le regole di inferenza devono essere tali che, data una qualunque premessa, o si può scrivere la conclusione (utilizzando una tra le regole di inferenza disponibili), o è possibile sapere con certezza che non esiste una conclusione immediata con le regole di inferenza disponibili. Questi requisiti equivalgono a dire che il sistema formale è realizzabile concretamente con una macchina tipo quella che ti dicevo poco fa, che con una procedura finita produce tutti i teoremi che si possono tirare fuori dal sistema formale dato. Di conseguenza il primo teorema di Gödel si può parafrasare dicendo che non è possibile che una procedura finita sia in grado di decidere su tutte le proposizioni relative alla teoria dei numeri interi o, ciò che è equivalente, su tutte le proposizioni relative alla teoria degli insiemi (o ad altri sistemi

correlati a questi) – eccoci arrivati ad affermare che anche questo teorema, al pari di quello di Bell, è un teorema di impossibilità.

Mario: E il secondo teorema? Che dice di più terribile del primo?

Carmela: Il secondo teorema afferma che *per ogni sistema ben definito di assiomi e regole di inferenza, la proposizione che afferma in particolare la consistenza di questi assiomi e queste regole (e che esclude quindi che il sistema affermi come vera una proposizione e anche la sua negazione) non è dimostrabile da questi assiomi e queste regole, atteso che gli assiomi le regole presi in considerazione siano consistenti e sufficienti a derivare una certa porzione dell'aritmetica dei numeri interi.*

Mario: Cioè, se intendo bene questo teorema dice che non è possibile che *un sistema formale ben fatto e i cui assiomi e regole di inferenza sono consistenti, cioè in sostanza un sistema coerente, provi la propria coerenza!* Ma questo è pazzesco!

Carmela: Capisci perché ancora oggi, a distanza di quasi un secolo, si fa fatica a digerire il contenuto di questi teoremi, e perché questi teoremi sono oggetto di svariate interpretazioni? Alla faccia della pretesa consistenza dei sistemi formali! Comunque è così, quello che dici è giusto. E con riferimento specifico al secondo teorema Gödel afferma che è questo teorema che rende particolarmente evidente la non-completabilità e la inesauribilità della matematica, in quanto esso *rende impossibile (anche questo è un teorema di impossibilità) che qualcuno possa metter su un certo sistema ben definito di assiomi e regole di inferenza e fare, coerentemente, la seguente affermazione su questo sistema: “Io percepisco (con certezza matematica) che tutti questi assiomi e queste regole di inferenza sono corretti, e in più sono convinto che essi contengono tutta la matematica.”* Se qualcuno fa questa affermazione, contraddice se stesso!⁵⁹

Mario: Certo che c'è da stare allegri! Dopo tutto l'immenso sforzo fatto per definire e metter su i sistemi assiomatici, lo studio e la cura per assicurarsi la coerenza e la tracciabilità (molto peggio delle famigerate procedure di garanzia di qualità su cui ci asfissiano in azienda, che è quanto dire!), viene fuori che tutto questo non serve a niente, non siamo sicuri di niente!

(Fa una pausa, poi prosegue)

E comunque a questo punto non mi stupisce più nulla, se abbiamo distrutto la nostra visione tradizionale della realtà col teorema di Bell, non vedo perché non possiamo distruggere pure la

⁵⁹ Gödel, 1951, pag. 309.

matematica e tutta la scienza coi teoremi di Gödel. Adesso capisco meglio quello che voleva dire Calasso quando scrive, se non ricordo male, qualcosa tipo che Gödel scardina l'edificio dei sistemi formali!

Carmela: Calma, non è esattamente così. Il punto evidenziato da questi teoremi è l'impossibilità di abbracciare tutta la matematica in un solo colpo, ecco perché Gödel parla di inesauribilità della matematica. Ma, se ho fatto per bene le cose, è sempre possibile affermare legittimamente che "Io sono convinto di poter percepire che le varie proposizioni, generate una dopo l'altra da questo insieme di assiomi e con queste regole di inferenza, sono effettivamente vere". Insomma, non direi che Gödel distrugge l'aritmetica (e quindi la matematica, e quindi la scienza), lui dimostra che non è possibile avere un sistema che tra le sue capacità abbia quella di generare tutta l'aritmetica (e la stessa cosa vale per i sistemi correlati come la teoria degli insiemi), e che sia in grado di dimostrare la veridicità o meno di ogni proposizione (primo teorema), o la coerenza di se stesso (secondo teorema). In particolare Gödel osserva che per sistemi come quello descritto sopra vi sono proposizioni che non si possono dimostrare all'interno del sistema, ma che sono assolutamente plausibili e significative, alcune delle quali noi, che ci troviamo al di fuori del sistema, possiamo vedere chiaramente che sono vere⁶⁰.

Una implicazione è che la coerenza di un tale sistema, e le proposizioni che risultano indecidibili all'interno di questo sistema, possono essere dimostrate in un altro sistema "sovraordinato"; l'abbiamo già detto, è possibile dimostrare una proposizione indecidibile all'interno di un dato sistema di assiomi e regole di inferenza semplicemente aggiungendo ulteriori opportuni assiomi.

Mario: Oddio, ho la stessa sensazione di vertigine che ho avuto ieri quando mi hai raccontato questo mondo e quell'altro su elettroni, magneti ed *entanglement* o come diavolo si chiama; mi stai dicendo che per dimostrare la coerenza di qualcosa devo pormi al di sopra e al di fuori di quella cosa, come con una sorta di meta-sistema ... a questo punto per dimostrare la coerenza del meta-sistema devo disporre di un meta-meta-sistema, e così all'infinito...

Carmela (divertita): Più o meno è così, e tutto dipende dal "cuore" dei ragionamenti di Gödel, la *ricorsività* o *autoreferenzialità*. Una procedura è ricorsiva se è formulata con un esplicito riferimento a se stessa. La ricorsività, ovvero l'autoreferenza, è all'origine di "*circoli strani*" ovvero "*strani anelli*"⁶¹: né viziosi né virtuosi, né veri né falsi: *indecidibili*. Considera la frase: "questo

⁶⁰ "Noi mostreremo che ... vi sono problemi anche relativamente semplici nella teoria dei numeri interi ordinari che non possono essere decisi dagli assiomi. Questo non è dovuto alla natura di questi sistemi, ma è vero per una amplissima classe di sistemi formali" (Gödel, 1931, pag.173).

⁶¹ Hofstadter, 1979.

enunciato è falso”. E' una frase che dichiara qualcosa di se stessa, e quindi è autoreferenziale o, se si preferisce, ricorsiva. Ebbene, questa frase viola brutalmente la consueta assunzione che vuole gli enunciati suddivisi in veri e falsi: se provi a pensare che sia vera, immediatamente essa si rovescia forzandoti a pensare che sia falsa, e viceversa.

Mario: Dunque, fammi pensare: “questa frase è falsa”, se è vera allora è vero che la frase è falsa, e quindi è falsa ...

Se è falsa allora è falso che la frase è falsa e allora è vera ...

Porca miseria! È proprio come dici tu!

E ho la sensazione che si tratta più o meno della stessa trappola dell'insieme che contiene se stesso come elemento!

Carmela (*sempre più ilare*): E già! Peraltro frasi di questo genere sono conosciute fin dall'antichità e sono note come “paradosso del mentitore”. E non finisce qui! Perché i sistemi più intriganti, quelli capaci di fare cose veramente straordinarie, i sistemi che si auto-organizzano, si servono proprio dell'auto-referenzialità, come afferma Marcello Cini (*riprende a leggere dal suo smart phone, autentico vaso di Pandora*):

“Strettamente connessa con la proprietà dell'auto-referenzialità è quella dell'autorganizzazione. Anzi, la prima è una condizione necessaria perché un sistema possa essere in grado di riprodurre la sua stessa organizzazione strutturale e funzionale.

... a differenza dei programmi di una macchina, quello del DNA ha bisogno dei prodotti della propria lettura e della propria esecuzione per essere letto ed eseguito a sua volta, secondo un anello ricorsivo che è tipico di tutti i sistemi autorganizzatori.”⁶²

Mario: Scusa tanto, ma io che rifletto su me stesso sono un “sistema ricorsivo”? E quindi mi stai dicendo che sono “indecidibile”? Ma che cazz ...

Carmela (*ridendo divertita*): Che tu fossi indecidibile ce lo sapevo da sempre, non c'è bisogno di scomodare Gödel!

(*Mario agghrotta le ciglia, la guarda interdetto...*)

Dai, non ti arrabbiare, lo sai che scherzo! Ma, a parte gli scherzi, tu ti proietti su un problema non da poco, cioè il nostro modo di concepire la mente umana. Su questo, checché se ne dica, è ancora profonda l'influenza di Cartesio il quale estende la concezione meccanicistica della conoscenza

⁶² Cini, 2006, pag. 84.

dell'universo propria di Galileo⁶³ ad ogni aspetto del sapere, compreso lo studio dell'uomo che viene quindi concepito come un meccanismo, per quanto di estrema complessità. Ed è questa la visione che si afferma in occidente, grazie anche agli sviluppi spettacolari della tecnologia, figlia di questa visione, che sembrano dare ragione a questa concezione. E non dimentichiamo che l'icona della tecnologia è il meccanismo, la macchina. ... del resto quando parliamo di "intelligenza artificiale" non sfuggiamo alla suggestione che prima o poi le macchine avranno capacità comparabili a quelle della mente umana. Insomma, la visione sottostante a questa suggestione è che la mente sia una macchina finita, complessa quanto si vuole, ma una macchina come quella di cui di cui abbiamo parlato a proposito dei sistemi formali.

Mario: Su questa storia dell'intelligenza artificiale ho letto di recente su un numero di *The Economist* un editoriale⁶⁴ e un articolo⁶⁵, ma il discorso sviluppato non mi sembra proprio lineare: nell'articolo a un certo punto si afferma che in decenni di ricerche non vi è stato alcun risultato che suggerisca che il cervello sia diverso da una macchina⁶⁶, e subito dopo si sostiene che tra quanti lavorano in questo campo vi è confusione sul termine "intelligenza", nel senso che i computer possono attualmente competere col cervello umano in funzioni complesse come il riconoscimento delle immagini, ma non hanno obiettivi, motivazioni, non sono consci della propria esistenza come la mente umana⁶⁷. Nell'editoriale, che tratta in sintesi lo stesso argomento, si afferma che i computer non hanno ancora la capacità di riprodurre tutte le sottigliezze della mente umana.

Carmela: Mah, messo così anche a me il discorso sembra non proprio lineare! Comunque mi pare che quel che si afferma nell'editoriale del *The Economist* sia una buona sintesi di un punto di vista attualmente molto diffuso: i computer non hanno ancora la capacità di riprodurre tutte le sottigliezze della mente umana, e sottolineo *ancora*, ma prima o poi ci arriveranno, e come ho già detto la concezione sottostante a questa convinzione è che la mente sia a tutti gli effetti una macchina, complessa quanto si vuole, ma una macchina.

⁶³ "La filosofia è scritta in questo grandissimo libro che continuamente ci sta aperto innanzi agli occhi (io dico l'universo), ma non si può intendere se prima non s'impara a intender la lingua, e conoscer i caratteri, ne' quali è scritto. Egli è scritto in lingua matematica, e i caratteri son triangoli, cerchi e altre figure geometriche, senza i quali mezzi è impossibile intenderne umanamente parola; senza questi è un aggirarsi vanamente per un oscuro laberinto". (Galileo Galilei, *Il Saggiatore*, 1623).

⁶⁴ Leaders. The dawn of artificial intelligence, *The Economist* May 9th 2015, p. 9.

⁶⁵ Briefing. Artificial intelligence. Rise of machines. *The Economist* May 9th 2015, pp. 17-20.

⁶⁶ *The Economist* May 9th 2015, pag. 19

⁶⁷ *The Economist* May 9th 2015, pag. 20

I teoremi di Gödel hanno fornito molti spunti di riflessione su questo, e le visioni sono molto variegata e non completamente coerenti fra di loro: secondo alcuni studiosi⁶⁸ questi teoremi mostrano che la mente non può essere considerata una macchina.

Lo stesso Gödel si è occupato dell'argomento in una conferenza da lui tenuta nel 1951 al meeting annuale della "American Mathematical Society"⁶⁹.

Mario: Anche lui arriva a concludere che la mente non è una macchina?

Carmela: L'argomentazione di Gödel è più articolata. Se la mente – almeno per quanto riguarda i sistemi oggetto dei teoremi di incompletezza, cioè l'aritmetica e i sistemi correlati – è assimilabile a una macchina finita, questo vuol dire in forza del secondo teorema di incompletezze che essa non sarà mai capace di dimostrare la propria coerenza, sei d'accordo?

Mario: Ecco perché la mente non può essere una macchina finita, altrimenti non sarebbe mai sicura di essere coerente, e questo non è possibile! E poi hai detto che lo stesso Gödel osserva che per sistemi per i quali vi sono proposizioni che non si possono dimostrare all'interno del sistema, noi, che ci troviamo al di fuori del sistema, possiamo vedere chiaramente che sono vere! E questo fa la differenza rispetto a una macchina!

Carmela: Fermati, questo è grosso modo il ragionamento che fanno alcuni autori che sostengono, come ti dicevo, che la mente umana non è una macchina finita. Però ... potrebbe essere che lo sia, nonostante sia consapevole della veridicità di alcune proposizioni che sono indecidibili in alcuni sistemi formali: per questo è sufficiente che la mente sia equivalente a un sistema avente ulteriori assiomi che consentono di "vedere" la veridicità di queste proposizioni. Voglio dire, se stiamo ai teoremi di Gödel, ciò che si può dire con certezza è che se la mente umana è equivalente a una macchina coerente, vi saranno proposizioni comunque indecidibili per la mente umana (primo teorema), e inoltre essa non potrà dimostrare la propria coerenza (secondo teorema).

Mario (deluso): Cioè ... se io dico che sono coerente ... e la mia mente, che mi fa dire questo, è una macchina coerente ... io non posso dimostrare che quello che dico è vero, cioè non posso dimostrare di essere coerente! In altre parole se la nostra mente è una macchina non si è mai sicuri di essere coerenti! Ma no, te l'ho già detto, questa cosa mi sembra impossibile!

⁶⁸ Per es. Lucas, 1961.

⁶⁹ Gödel, 1951, ampiamente utilizzato anche in precedenza nel dialogo.

Carmela (*lo prende sottobraccio*): Temo proprio che sia così, vecchio mio! Stando ai teoremi di Gödel, se io considero un sistema con un certo numero di assiomi e regole di inferenza con riferimento all'aritmetica e opero con questi assiomi, so che c'è qualche proposizione indecidibile, cioè del quale non sono certo, con quegli assiomi, se è vera o falsa (primo teorema), e inoltre in forza del secondo teorema ... (*non fa in tempo a terminare la frase che viene interrotta da Mario*).

Mario (*con aria concitata*): Ma tu mi hai detto che posso considerare assiomi aggiuntivi che mi consentono di decidere della veridicità o meno di questa proposizione. E, ripeto, lo stesso Gödel afferma che noi percepiamo chiaramente come vere proposizioni che per un sistema finito sono indecidibili! E questo secondo me dimostra che la mente umana non è una macchina finita!

Carmela: Secondo Gödel no. E cerco di rispiegartelo. Abbiamo detto, con riferimento a una macchina, che comunque si allarghi lo spettro degli assiomi per rendere decidibili alcune proposizioni finora indecidibili, poiché anche il nuovo sistema formale è soggetto ai teoremi di Gödel, vi saranno comunque proposizioni non decidibili nell'ambito del nuovo sistema. Il fatto che la mente percepisce chiaramente come vere alcune proposizioni indecidibili all'interno di sistemi finiti (è questo il tuo punto, giusto?) non esclude che essa possa non percepire come vere alcune altre proposizioni che lo sono, e questo sarebbe in accordo all'ipotesi che è una macchina. In altri termini se la mente umana è una macchina finita non solo vi sono proposizioni indecidibili in ogni sistema formale ben costruito, ma in più *vi sono proposizioni indecidibili a ogni prova di carattere matematico che la mente umana possa concepire*.

Mario (*ci pensa un bel po'*): Beh certo, ce lo siamo già detto, se la mente umana è una macchina finita non si scappa, in ogni istante, per quanto ha dimostrato cose che prima non era stata capace di dimostrare, ci sono altre cose che per lei sono indecidibili, e che può dimostrare successivamente aggiungendo nuovi assiomi e quindi con nuove dimostrazioni, ma a questo punto si affacceranno altre proposizioni indecidibili e così via all'infinito.

Carmela: Esatto, e dunque Gödel afferma che se la mente umana è una macchina finita (e secondo lui non si può escludere in punta di logica), allora devono esistere proposizioni *assolutamente indecidibili*, che cioè non possono essere risolti da nessuna prova che la mente umana possa concepire⁷⁰.

⁷⁰ Gödel, 1951, pag. 310.

Mario (con gli occhi stralunati): E sennò?

Carmela: Sennò l'altra ipotesi è che la mente umana sia infinitamente superiore a una macchina finita.

Mario: Ma ... non può darsi che si verificano tutte e due le cose?

Carmela: Cioè che la mente non sia riducibile a una macchina e che contemporaneamente esistono conoscenze assolutamente indecidibili? (Ride) E perché no?

Mario: Onestamente l'ipotesi che la mente umana sia infinitamente superiore a una macchina è quella che mi piace di più!

Carmela: Sembra sia anche quella preferita da Gödel, il quale era convinto dell'irriducibilità della mente al cervello⁷¹. E del resto anche la meccanica quantistica avvalorava visioni "non riduzioniste", che cioè sostengono che la mente non sia riducibile a una proprietà emergente dal funzionamento dei neuroni cerebrali⁷².

Mario (con aria esausta): Senti, tutti questi arzigogoli non è che li ho seguito molto bene, quello che ho capito da questi discorsi è che Gödel ha avuto il merito di attirare l'attenzione sul fatto che l'autoreferenzialità è fonte di complicazioni, di paradossi, di ambiguità anche nella scienza esatta per eccellenza, la matematica. Tra l'altro mi viene in mente che quando di una persona diciamo che è autoreferenziale non le facciamo certo un complimento!

Carmela: Ma sai che non hai tutti i torti? Aggiungo soltanto che, se è vero che nel linguaggio comune al termine "autoreferenziale" si attribuisce una connotazione negativa, nella realtà i sistemi autoreferenziali sono, come abbiamo già detto, i più "intriganti": tutti i sistemi complessi, ad esempio il sistema climatico, l'essere umano, il sistema economico (che è frutto dell'interazione di esseri umani), e via dicendo sono caratterizzati da processi autoreferenziali o ricorsivi che dir si voglia. ... E poi attenzione, i teoremi di Gödel, come tutti i grandi prodotti della mente umana, sono stati straordinariamente fecondi e hanno aperto innumerevoli filoni di ricerca con enormi implicazioni anche pratiche, in particolare sullo sviluppo dei computer e su quella che oggi viene

⁷¹ Loli e Odifreddi (a cura di), 2006, pag. 12.

⁷² Cfr. per es. Stapp, 2013; Hameroff and Penrose, 2014.

chiamata "*Information and Communication Technology*" (ICT)... altro che distruggere la matematica e la scienza!

Mario: Bene, ho capito che anche il mio *smartphone* ha beneficiato degli sviluppi dei sistemi formali e dei teoremi di Gödel.

Carmela: (*Fa una pausa, rimane pensierosa, poi riprende*): Sai che c'è? Alla fin fine quel che importa non è tanto se la mente è equivalente o meno a una macchina, quanto il fatto che in un sistema ricorsivo c'è la possibilità di processi i cui esiti sono tutt'altro che scontati, spesso imprevedibili, e la ricorsività è un elemento caratteristico dei sistemi complessi, e quindi in particolare dei sistemi viventi.

Mario: E della mente umana! ... E comunque se permetti a me importa – e come! – il fatto che la mente umana NON sia equivalente a una macchina, e quello che dici mi convince ancora di più di questa cosa!

Carmela (*ci pensa un po' su*): Mah, devo ammettere che queste nuove visioni del rapporto mente-corpo che fanno riferimento alla meccanica quantistica e ai teoremi di Gödel sono a favore del tuo punto di vista. Aggiungo che hanno delle implicazioni anche sulle riflessioni contemporanee in tema di spiritualità. (*Mario si illumina, Carmela se ne accorge e lo guarda con una certa ironia bonaria*) Comunque, spiritualità o non spiritualità, il messaggio che colgo dai teoremi di incompletezza, e che ha intrigato lo stesso Gödel – al di là del fatto che sia possibile dimostrare formalmente la non-riducibilità della mente a una macchina finita – è che caratteristiche della mente umana come comprensione, consapevolezza, coscienza, imprevedibilità, libertà ... non possono essere incapsulati in un sistema computazionale, ma devono innervarsi in processi “non computabili”: in altre parole vi è differenza tra “ciò che può meccanicamente essere dimostrato”, che ha i suoi vincoli nei teoremi di Gödel, e “ciò che può essere riconosciuto come vero dagli uomini” che deriva dal fatto che *l'intelligenza umana intesa in tutta la sua complessità, sia razionale che emotiva, appare avere una natura trans-algoritmica.*

Lo stesso Gödel ha interpretato i risultati dei suoi teoremi come una prova dell'esistenza di proposizioni vere non dimostrabili, e dunque dell'irriducibilità della nozione di verità a quella di dimostrabilità. La sua convinzione era che la *verità*, essendo qualcosa di indipendente dalle costruzioni effettuate nelle dimostrazioni dei teoremi, non può essere posta a conclusione di alcuna sequenza dimostrativa.

Mario: Urca! Mi viene in mente la domanda di Pilato a Gesù: “*Che cos’è la verità?*”⁷³.

Carmela (*colta in contropiede da questa uscita di Mario, esitante, un po’ imbarazzata*): E già ... sì ... ma ... di questo magari ne parliamo un’altra volta, oggi ho a casa a pranzo i figli e devo comprare qualcosa in rosticceria, altrimenti digiuniamo. Ciao, eh!

Mario (*con aria delusa*): Vabbè, allora ... ciao ...

Carmela (*si allontana a passo svelto, quasi scappando*): Ciao! Ciao!

Mario (*si avvia a passo lento borbottando sottovoce*): Bell e Gödel ... Bell e Gödel ... fanno pure rima ...

⁷³ Vangelo di Giovanni, cap. 18, versetto 38.

RIFERIMENTI

Argaman, N. 2010. *Bell's Theorem and the Causal Arrow of Time*. American Journal of Physics. Vol. 8, Issue 10, pp. 1007-1013.

Aspect, A. 2004. *Introduction: Jhon Bell and the second quantum revolution*. In "J.S.Bell, Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics", second edition, Cambridge University Press.

Aspect, A., J. Dalibard and G. Roger 1982. *Experimental tests of Bell's inequalities using variable analysers*. Phys. Rev. Lett. 49, pp. 1804-1807.

Bell, J.S. 1964. *On the Einstein Podolsky Rosen Paradox*. Physics, Vol 1, pp. 195-200.

Bell, J.S. 1980. *Bertlmann's socks and the nature of reality*. Invited address to meeting of Philosophers and Physicists. Fondation Hugot du Collège de France, Paris, 17 June 1980. <https://cds.cern.ch/record/142461/files/198009299.pdf>

Bell, J.S. 2004. *Speakable and Unspeakable in Quantum Mechanics*. Second Edition. With a new Introduction by Alain Aspect. Cambridge University Press.

Born, M. (editor) 1971. *The Born-Einstein Letters*, Macmillan, London.

Calasso, R. 2010. *L'Ardore*. Adelphi, Milano.

Capra, F. 1975. *The Tao of Physics: An exploration of the Parallels Between Modern Physics and Eastern Mysticism*. Shambala Publication, Berkeley CA. Edizione italiana *Il Tao della fisica*, 1989. Adelphi, Milano.

Cini, M. 2006. *Il supermarket di Prometeo. La scienza nell'era dell'economia della conoscenza*. Codice edizioni, Torino.

Dhammapada, traduzione dal pali e cura di Genevienne Pecunia, 2006. Urra edizioni, Milano.

d'Espagnat, B. 1979. *The Quantum Theory and Reality*. Scientific American, November 1979, pp. 158-181.

Einstein, A. , B. Podolsky and N. Rosen, 1935. *Can Quantum Mechanical Description of Reality Be Considered Complete?* Physical Review, Vol. 47, pp. 777-780.

Everett III, H. 1957. *"Relative state" Formulation of Quantum Mechanics*. Reviews of Modern Physics, Vol. 29, pp. 454-462.

Feynman, R.P. 1985. *QED. La strana teoria della luce e della materia*. Adelphi, Milano.

Ghirardi, G. C., 1997. *Un'occhiata alle carte di Dio. Gli interrogativi che la scienza moderna pone all'uomo*. Il Saggiatore, Milano.

Giustina, M., A. Mech, S. Ramelow, B. Wittmann, J. Kofler, J. Beyer, A. Lita, B. Calkins, T. Gerrits, S. W. Nam, R. Ursin, A. Zeilinger, 2013. *Bell violation with entangled photons, free of the fair-sampling assumption*. Nature, Vol. 497, pp. 227-230.

- Gödel, K. 1931. *Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I* [Sulle proposizioni formalmente indecidibili dei Principia Mathematica e sistemi correlati I], Monatshefte für Mathematik und Physik, vol. 38, pp. 173-198.
- Gödel, K. 1951. *Some basic theorems on the foundations of mathematics and their implications*, in Feferman S. et al., 1995, *Kurt Gödel Collected Works vol. III: Unpublished Essays and Lectures*, Oxford University Press, New York and Oxford, pp 304-323.
- Hameroff, S., and R. Penrose, 2014. *Consciousness in the universe*. Physics of Life Reviews, Volume 11, Issue 1, March 2014, Pages 39–78
- Harrison, D.M. 2005. *The Stern-Gerlach Experiment, Electron Spin, and Correlation Experiments*. <http://www.upscale.utoronto.ca/GeneralInterest/Harrison/SternGerlach/>
- Harrison, D. M. 2006a. *Bell's theorem*. <http://www.upscale.utoronto.ca/GeneralInterest/Harrison/BellsTheorem/>
- Harrison, D. M. 2006b. *The Feynman Double Slit*. <http://www.upscale.utoronto.ca/GeneralInterest/Harrison/DoubleSlit/>
- Hensen B., H. Bernien, A. E. Dréau, A. Reiserer, N. Kalb, M. S. Blok, J. Ruitenberg, R. F. L. Vermeulen, R. N. Schouten, C. Abellán, W. Amaya, V. Pruneri, M. W. Mitchell, M. Markham, D. J. Twitchen, D. Elkouss, S. Wehner, T. H. Taminiau & R. Hanson, 2015. *Loophole-free Bell inequality violation using electron spins separated by 1.3 kilometres*. Nature, 526, pp. 682-686, doi:10.1038/nature15759
- Hofstadter, D. R. 1979. *Gödel, Escher, Bach: An eternal golden braid*. New York: Basic Books, Inc.
- Lolli, G. 1992. *Incompletezza. Saggio su Kurt Gödel*. Il Mulino, Bologna.
- Lolli, G. e P. Odifreddi (a cura di), 2006. *Kurt Gödel – La prova matematica dell'esistenza di Dio*. Bollati Boringhieri editore, Torino.
- Lucas, J. H. 1961. *Minds, Machines and Gödel*. Philosophy, XXXVI, 1961, pp.112-127.
- Lukishova, S.G. 2008, *Lab. 2. Single Photon Interference*, UNIVERSITY OF ROCHESTER THE INSTITUTE OF OPTICS, OPT 253, OPT 453, PHY 434. http://www.optics.rochester.edu/workgroups/lukishova/QuantumOpticsLab/homepage/lab_2_manual_oct_08.pdf
- Nielsen, M. A. and I. L. Chuang, 2000. *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge University Press, Cambridge UK.
- Selleri, F. 1987. *Paradossi e realtà. Saggio sui fondamenti della microfisica*. Laterza, Bari.
- Stapp H. P., 2013. *Quantum Physics and Philosophy of Mind*. Milan talk. <http://www-physics.lbl.gov/~stapp/stappfiles.html>
- Wiseman, O. 2014. *Bell's theorem still reverberates*. Nature, Vol. 510, pp. 467-469.

Zurek, W.H. 2002. *Decoherence and the transition from Quantum to Classical – Revisited*. Los Alamos Science N. 27, pp.2-25.